BCPST1

Colles de physique-chimie

Damien Tocqueville Alexandra D'Arco Chloé Galibert
Jean-Xavier Bardaud Léa Dubois

283 EXERCICES CORRIGÉS

- Exercices d'application du cours
- Exercices d'entraînement
- Exercices d'approfondissement

ellipses

Énergie : conversions et transferts

Descriptions microscopique et macroscopique d'un système

1

Énoncés des exercices

Données pour l'ensemble des exercices

- Constante des gaz parfaits : $R = 8{,}314\ \text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
- Conversion de pressions : $1\ \text{bar} = 10^5\ \text{Pa}$
- Conversion de température $T(\text{K}) = \theta(^\circ\text{C}) + 273{,}15$

Exercices d'application du cours

Exercice 1 *Équation d'état du gaz parfait*

1) Calculer le nombre de moles contenues dans une bouteille de 1,5 L remplie d'argon à 25 °C sous pression atmosphérique.
2) Calculer le volume occupé par une mole de gaz sous pression atmosphérique à 100 °C.

Données : $p_{\text{atm}} = 1{,}013\ \text{bar}$

Exercice 2 *Gaz parfait*

Un récipient aux parois rigides contient un gaz dont la pression initiale est $p_1 = 1{,}1 \cdot 10^5\ \text{Pa}$ et la température initiale est $\theta_1 = 50\ ^\circ\text{C}$. Le gaz est refroidi à volume constant jusqu'à atteindre la température $\theta_2 = 10\ ^\circ\text{C}$.

1) Calculer la nouvelle pression du gaz après refroidissement.
2) Calculer la quantité de matière de gaz si le volume du récipient est de 2 L.

Exercice 3 *Bombe aérosol*

Une bombe aérosol de volume $V_b = 300$ mL contient 100 mL de laque et le reste est occupé par du diazote ($M_{N_2} = 14\ g \cdot mol^{-1}$) qui joue le rôle de gaz propulseur. Sa température est de 20 °C et sa pression vaut $p = 4{,}0$ bar.

Le diazote est supposé se comporter comme un gaz parfait.

1) Calculer la quantité de matière de diazote, notée n_{N_2}, contenue dans cette bombe aérosol. Préciser alors sa masse m_{N_2}.
2) La température passe de 20 à 50 °C. Calculer la pression p' du diazote dans cette même bombe aérosol.

Exercice 4 *Ballon de baudruche*

Un ballon de baudruche est rempli d'air, supposé suivre le modèle du gaz parfait. À température ambiante ($\theta_{amb} = 25$ °C), le volume du ballon est $V_1 = 2{,}0$ L. La température augmente à pression constante et atteint $\theta_2 = 35$ °C.

1) Rappeler les hypothèses du modèle du gaz parfait.
2) Exprimer puis calculer le volume V_2 du ballon suite à l'augmentation de température.
3) Dans quelle mesure ce modèle est-il réaliste ? Indiquer les phénomènes qui pourraient l'altérer dans la réalité.

Exercices d'entraînement

Exercice 5 *Pression des pneumatiques*

En hiver, par une température extérieure de $T_1 = 0$ °C, la pression des pneumatiques d'une voiture est réglée à $p_1 = 2{,}0$ atm. Il s'agit de la pression indiquée par le constructeur. Cette valeur est affichée sur un manomètre qui mesure l'écart entre la pression des pneumatiques et la pression atmosphérique. Dans tout l'exercice, l'air est supposé suivre le modèle du gaz parfait.

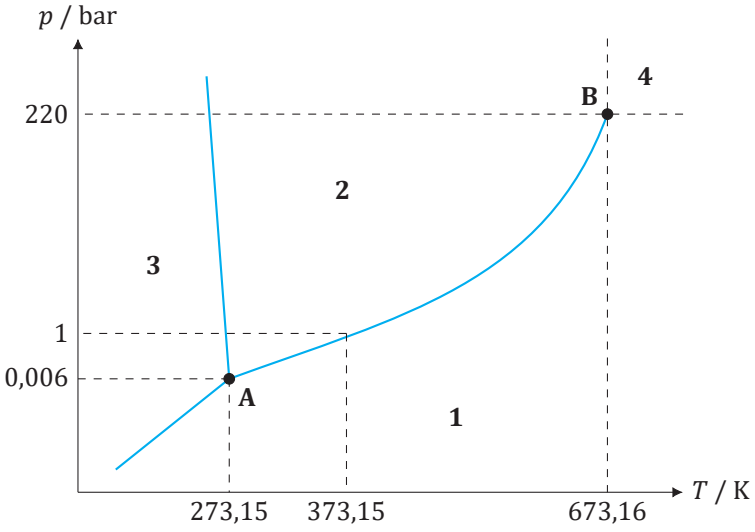
1) Calculer quelle serait la pression des pneumatiques en été sous une température de 30 °C. Le volume des pneus est supposé constant et aucune fuite n'est observée.
2) Calculer la variation relative due au changement de température. Commenter, sachant que cet écart ne doit dépasser 10 %.

Exercice 6 *Présence d'eau liquide*

La présence d'eau liquide et d'une atmosphère, permettant le processus de la photosynthèse, ainsi que l'existence d'un champ magnétique servant de bouclier aux rayonnements cosmiques, sont nécessaire à l'apparition de la vie.
Le tableau ci-dessous regroupe des données permettant de comparer quelques caractéristiques de la Terre à celles de Mars.

planète	**distance au soleil**	**température moyenne en surface**	**pression atmosphérique**	**composition de l'atmosphère**
Terre	1 ua	−93,2 °C à 56,7 °C	$1{,}013 \cdot 10^5$ Pa	80 % de diazote et 20 % de dioxygène
Mars	1,4 à 1,7 ua	−100 °C à 0 °C	600 Pa	peu épaisse, principalement du dioxyde de carbone

Le diagramme pression-température (p,T) de l'eau est donné ci-après.



Si l'eau n'existe pas sous forme liquide sur Mars, elle a dû néanmoins être présente sous cette forme dans le passé. Les volcans martiens ont dû éjecter de l'hydrogène et de l'oxygène qui ont donné naissance à de l'eau dont les canaux conservent la trace de l'écoulement. Lors d'un refroidissement ultérieur de la planète, l'eau a dû disparaître sous forme de glace dans

le sol. Un élément qui vient confirmer cette hypothèse est la présence de dépôts de sel au creux de dépressions vers lesquelles serpentent des canaux.

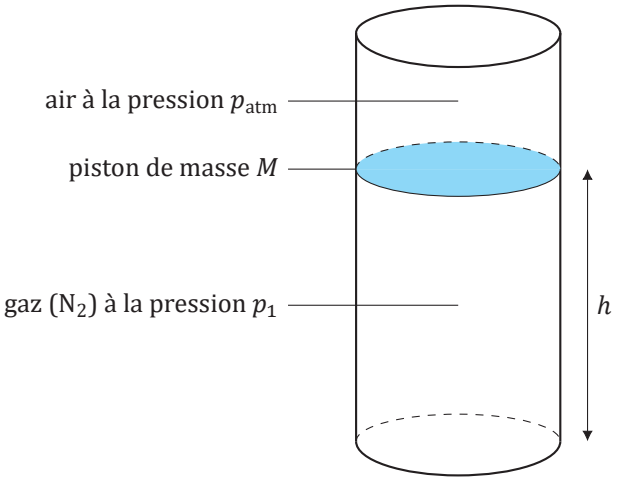
1) Associer à chaque domaine numéroté de **1** à **4** l'état physique dans lequel se trouve l'eau.
2) Donner le nom des points A et B.
3) En s'aidant du texte, indiquer sous quel état physique se trouve essentiellement l'eau sur Mars aujourd'hui.
4) Valider cette hypothèse en s'aidant du tableau et du diagramme (p,T) de l'eau.

D'après écrits CCINP TSI

Exercice 7 *Piston*

Un cylindre vertical de section $S = 100\ \text{cm}^2$ contient une masse m de diazote sous un piston mobile de masse $M = 10{,}0\ \text{kg}$ pouvant se déplacer sans frottements à une température initiale $T_1 = 300\ \text{K}$.

La hauteur du gaz dans le cylindre est notée h et le gaz est supposé parfait.



Données : $M_{N_2} = 28{,}0\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$, $g = 9{,}81\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, $p_{atm} = 1{,}013\ \text{bar}$.

1) Exprimer la pression p_1 du gaz en fonction de la pression atmosphérique p_{atm}, de la masse M du piston, de la surface S de la section du cylindre et de l'accélération de la pesanteur g. Effectuer l'application numérique.
2) Exprimer la masse volumique ρ_1 du gaz en fonction de p_1, T_1 et R puis la calculer.
3) Déterminer le nombre de moles de diazote contenues dans le cylindre si la hauteur initiale est de 20 cm.

Le gaz est chauffé jusqu'à atteindre la température $T_2 = 400\ \text{K}$. La pression est maintenue constante et le piston monte alors jusqu'à la hauteur h'.

4) Exprimer et calculer la valeur de h' du gaz après l'expansion.

Exercices d'approfondissement

Exercice 8 *Gaz réel*

On considère un système constitué d'une quantité de matière $n = 1{,}00$ mol de dioxyde de carbone $CO_{2(g)}$ confiné dans un cylindre de volume $V = 2{,}00$ L et maintenu à une température constante $T = 300$ K.

1) Rappeler l'équation d'état du gaz parfait. En déduire la pression p_{GP} du gaz en supposant qu'il se comporte comme un gaz parfait.
2) Expliquer pourquoi l'équation des gaz parfaits peut être insuffisante pour décrire ce système.
3) L'équation d'état de VAN DER WAALS pour un nombre de moles de gaz n s'écrit :

$$\left(p + \frac{an^2}{V^2}\right)\left(\frac{V}{n} - b\right) = RT$$

avec $a = 3{,}59\ \text{L}^2 \cdot \text{bar} \cdot \text{mol}^{-2}$ et $b = 0{,}0427\ \text{L} \cdot \text{mol}^{-1}$ pour le dioxyde de carbone.

Calculer la pression p_{VdW} du dioxyde de carbone à l'aide de cette équation.

4) Comparer les valeurs de pression obtenues à l'aide des deux modèles. Commenter alors le rôle des paramètres a et b.

Exercice 9 *Question ouverte*

Estimer le nombre de molécules de diazote et de dioxygène dans une salle de classe.

Corrections

Exercices d'application du cours

Exercice 1 *Équation d'état du gaz parfait*

Méthode

L'**équation d'état du gaz parfait** (aussi appelée « loi des gaz parfaits ») s'écrit :

$$pV = nRT$$

avec :

- p la pression en Pa ;
- V le volume en m^3 ;
- n la quantité de matière en mol ;
- $R = 8{,}314\ \text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ la constante des gaz parfaits ;
- T la température en K.

1) Par application de l'équation d'état du gaz parfait :

$$\boxed{n = \frac{p_{\text{atm}} V}{RT}}$$

Application numérique : $n = \frac{1{,}013 \cdot 10^5 \times 1{,}5 \cdot 10^{-3}}{8{,}314 \times (25+273{,}15)} = 6{,}1 \cdot 10^{-2}$ mol

2) Par application de l'équation d'état du gaz parfait :

$$\boxed{V = \frac{nRT}{p_{\text{atm}}}}$$

Application numérique : $V = \frac{1{,}0 \times 8{,}314 \times (100+273{,}15)}{1{,}013 \times 10^5} = 3{,}1 \cdot 10^{-2}$ m^3 $= 31$ L

Exercice 2 *Gaz parfait*

1) L'équation d'état du gaz parfait s'écrit :

$$pV = nRT$$

Appliquée aux deux situations, elle s'écrit :

situation n° 1	**situation n° 2**
$p_1 V = nRT_1$	$p_2 V = nRT_2$

Remarque

Les parois étant rigides, le volume est supposé inchangé entre les deux situations.

Ainsi :

$$p_2 = \frac{nR}{V} T_2 \qquad \text{donc} \qquad \boxed{p_2 = p_1 \cdot \frac{T_2}{T_1}}$$

Application numérique : $p_2 = 1{,}1 \cdot 10^5 \times \frac{10+273{,}15}{50+273{,}15} = 9{,}6 \cdot 10^4$ Pa

2) D'après l'équation d'état du gaz parfait dans la première situation :

$$\boxed{n = \frac{p_1 V}{RT_1}}$$

Application numérique : $n = \frac{1{,}1 \cdot 10^5 \times 2 \times 10^{-3}}{8{,}314 \times (50+273{,}15)} = 8{,}2 \cdot 10^{-2}$ mol

Erreur classique

Il faut faire attention aux unités dans l'équation d'état du gaz parfait. V s'exprime en m^3, p en Pa et T en K.

Exercice 3 *Bombe aérosol*

1) La quantité de matière de diazote se calcule grâce à l'équation d'état du gaz parfait :

$$\boxed{n_{N_2} = \frac{pV}{RT}}$$

Application numérique : $n_{N_2} = \frac{4{\cdot}10^5 \times (300-100){\cdot}10^{-6}}{8{,}314 \times (20+273{,}15)} = 3{,}3 \cdot 10^{-2}$ mol

Pour obtenir la masse, il faut utiliser la masse molaire moléculaire du diazote N_2 :

$$\boxed{m_{N_2} = n_{N_2} M_{N_2}}$$

Application numérique : $m_{N_2} = 3{,}3 \cdot 10^{-2} \times 2 \times 14 = 0{,}92$ g

2) À 50 °C, l'équation d'état du gaz parfait permet de calculer la pression qui est telle que :

$$\boxed{p' = \frac{n_{N_2} R T'}{V}}$$

Application numérique : $p' = \frac{3{,}3{\cdot}10^{-2} \times 8{,}314 \times (50+273{,}15)}{(300-200){\cdot}10^{-6}} = 4{,}4 \cdot 10^5$ Pa $= 4{,}4$ bar

Exercice 4 *Ballon de baudruche*

1) Dans le modèle du gaz parfait, les molécules sont considérées comme des particules ponctuelles et n'ont **aucune interaction** les unes avec les autres.

2) D'après l'équation d'état du gaz parfait à température ambiante :

$$pV_1 = nR\theta_1$$

D'après l'équation d'état du gaz parfait à la température θ_2 :

$$pV_2 = nR\theta_2$$

Ainsi, en combinant les deux équations, il vient :

$$\boxed{V_2 = V_1 \frac{\theta_2}{\theta_1}}$$

Application numérique : $V_2 = 2{,}0 \times \frac{35+273{,}15}{25+273{,}15} = 2{,}1$ L

3) Le modèle utilisé est largement critiquable. D'une part, la pression peut évoluer entre le début et la fin de l'expérience. D'autre part, le ballon ne peut s'étirer indéfiniment. La paroi du ballon exerce une force qui va mener à l'éclatement du ballon.

Exercices d'entraînement

Exercice 5 *Pression des pneumatiques*

1) L'équation d'état du gaz parfait donne, en hiver :

$$p_1 V = nRT_1$$

L'équation d'état du gaz parfait donne, en été :

$$p_2 V = nRT_2$$

Ainsi, en supposant que le volume des pneus est constant :

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad \text{donc} \quad \boxed{p_2 = p_1 \cdot \frac{T_2}{T_1}}$$

Application numérique : $p_2 = 2{,}0 \times \frac{30+273{,}15}{0+273{,}15} = 2{,}2$ atm

2) La variation relative due au changement de température est donc de 10 %. Le pneu ne risque pas d'exploser mais une trop forte augmentation de température au delà de 30 °C pourrait être dangereuse.

Exercice 6 *Présence d'eau liquide*

1) L'attribution de chaque domaine est résumée dans le tableau suivant :

domaine	attribution
1	gaz
2	liquide
3	solide
4	fluide supercritique

2) **A** est le point triple. **B** est le point critique.

3) L'eau se trouve essentiellement sous forme **solide**.

4) Le tableau indique à la surface de Mars une pression de 600 hPa (donc 0,6 bar) et une température de −100 °C à 0 °C (soit entre 173,15 et 273,15 K). Sur le diagramme (p,T), cela correspond au domaine solide de l'eau.

Exercice 7 *Piston*

1) Le piston est soumis à trois forces :
   - son poids $\vec{P} = m\vec{g} = -Mg\vec{e_z}$
   - la pression du gaz $\overrightarrow{F_{\text{p,gaz}}} = p_1 S\vec{e_z}$
   - la pression de l'air $\overrightarrow{F_{\text{p,air}}} = -p_{\text{atm}} S\vec{e_z}$

   À l'équilibre mécanique, la somme des forces extérieures s'appliquant sur le système s'annule :

$$\vec{P} + \overrightarrow{F_{\text{p,gaz}}} + \overrightarrow{F_{\text{p,air}}} = \vec{0}$$

$$-Mg\vec{e_z} + p_1 S\vec{e_z} - p_{\text{atm}} S\vec{e_z} = \vec{0}$$

   En projetant selon l'axe Oz, il vient :

$$\boxed{p_1 = p_{\text{atm}} + \frac{Mg}{S}}$$

   Application numérique : $p_1 = 1{,}013 \cdot 10^5 + \frac{10{,}0 \times 9{,}81}{100 \cdot 10^{-4}} = 1{,}11 \cdot 10^5$ Pa $= 1{,}11$ bar

2) Par définition, la masse volumique du gaz s'écrit :

$$\rho_1 = \frac{m_{\text{gaz}}}{V_{\text{gaz}}} = \frac{n_{\text{gaz}} M_{N_2}}{V_{\text{gaz}}}$$

   Or, l'équation d'état du gaz parfait donne :

$$p_1 V_{\text{gaz}} = n_{\text{gaz}} R T_1$$

   D'où finalement :

$$\boxed{\rho_1 = \frac{p_1 M_{N_2}}{R T_1}}$$

   Application numérique : $\rho_1 = \frac{1{,}11 \cdot 10^5 \times 28 \cdot 10^{-3}}{8{,}314 \times 300} = 1{,}25$ kg $\cdot$ m^{-3}

3) Le volume de la portion de cylindre remplie de diazote s'écrit :

$$V_{\text{cylindre}} = V_{\text{gaz}} = S \times h$$

   L'équation d'état du gaz parfait donne :

$$p_1 V_{\text{gaz}} = nRT_1 \qquad \text{donc} \qquad \boxed{n = \frac{p_1 Sh}{RT_1}}$$

   Application numérique : $n = \frac{1{,}11 \cdot 10^5 \times 100 \cdot 10^{-4} \times 20 \cdot 10^{-2}}{8{,}314 \times 300} = 8{,}9 \cdot 10^{-2}$ mol

CORRECTIONS

4) Après l'extension, l'équation d'état du gaz parfait s'écrit :

$$p_1 V'_{\text{gaz}} = nRT_1$$

La quantité de matière n n'a pas changé pendant l'expérience car le système est fermé. Le volume du cylindre est devenu $V'_{\text{cylindre}} = V'_{\text{gaz}} = Sh'$. Il vient :

$$\boxed{h'' = \frac{nRT_2}{p_1 S}}$$

Application numérique : $h'' = \frac{8{,}9\cdot10^{-2}\times8{,}314\times400}{1{,}11\cdot10^{5}\times100^{-4}} = 0{,}266\ \text{m} = 26{,}7\ \text{cm}$

Exercices d'approfondissement

Exercice 8 *Gaz réel*

1) L'équation d'état du gaz parfait s'écrit :

$$p_{\text{GP}} V = nRT \qquad \text{donc} \qquad \boxed{p_{\text{GP}} = \frac{nRT}{V}}$$

Application numérique : $p_{\text{GP}} = \frac{1{,}00\times8{,}314\times300}{2{,}00\cdot10^{-3}} = 1{,}25\cdot10^{6}\ \text{Pa} = 12{,}5\ \text{bar}$

2) Le modèle du gaz parfait ne prend pas en compte les interactions entre les molécules de gaz. Ce modèle ne peut être appliqué lorsque les pressions deviennent trop importantes (ici, 12 bar est une pression très importante).

3) En utilisant l'équation de VAN DER WAALS :

$$\boxed{p = \frac{RT}{\frac{V}{n} - b} - \frac{an^2}{V^2}}$$

Application numérique : $p = \frac{8{,}314\times300}{\frac{2{,}0\cdot10^{-3}}{1{,}0} - 0{,}0427\cdot10^{-3}} - \frac{3{,}59\cdot10^{-1}\times1{,}0^2}{(2{,}0\cdot10^{-3})^2} = 1{,}18\cdot10^{6}\ \text{Pa} = 11{,}8\ \text{bar}$

4) L'équation de VAN DER WAALS donne une pression plus faible que celle du modèle du gaz parfait. Cela peut s'expliquer par l'effet du paramètre a qui représente les forces d'attraction intermoléculaires (les forces attirent les molécules les unes vers les autres ce qui diminue la pression exercée par les parois par rapport au gaz parfait) et le paramètre b qui représente le volume propre des molécules de gaz (ayant ici un effet inverse).

Exercice 9 *Question ouverte*

• *Hypothèses :*

L'air est supposé suivre le modèle du gaz parfait. Il est composé à 20 % de dioxygène et à 80 % de diazote. Les autres gaz sont négligés.

• *Volume d'une salle de classe :*

En prenant une salle de classe haute de 2,5 m, large de 6 m et longue de 10 m, son volume vaut :

$$V \approx 2{,}5 \times 6 \times 10 \approx 150 \text{ m}^3$$

• *Calcul du nombre de moles d'air :*

L'équation d'état du gaz parfait donne :

$$\boxed{n_{\text{air}} = \frac{pV}{RT}}$$

En prenant une température de 25 °C et la pression atmosphérique (1,013 bar) :

$$n_{\text{air}} = \frac{1{,}013 \cdot 10^5 \times 150}{8{,}314 \times (25 + 273{,}15)} \approx 6000 \text{ mol}$$

Cela donne :

$$n_{\text{N}_2} = 0{,}8 \times n_{\text{air}} \approx 4800 \text{ mol} \qquad \text{et} \qquad n_{\text{O}_2} = 0{,}2 \times n_{\text{air}} \approx 1200 \text{ mol}$$

• *Conversion en molécules :*

Le nombre de molécule est donc :

$$\mathcal{N}_{\text{N}_2} = n_{\text{N}_2}\mathcal{N}_{\text{A}} = 4800{\cdot}6 \cdot 10^{23} \approx 3 \cdot 10^{27} \text{ molécules}$$

$$\mathcal{N}_{\text{O}_2} = n_{\text{O}_2}\mathcal{N}_{\text{A}} = 1200{\cdot}6 \cdot 10^{23} \approx 7 \cdot 10^{26} \text{ molécules}$$

Bilans d'énergie pour un système thermodynamique

2

Données pour l'ensemble des exercices

- Constante des gaz parfaits : $R = 8{,}314\ \text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
- Nombre d'Avogadro : $\mathcal{N}_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$
- Les travaux autres que ceux des forces de pression sont supposés nuls : $W_{\text{pression}} = 0$

Exercices d'application du cours

Exercice 1 *Équation de la température d'un système*

Soit un système incompressible et indilatable à la température T en contact sur une surface S avec un thermostat de température T_{Th}. Ce thermostat est un fluide de capacité thermique à volume constant notée C et de coefficient de convection thermique h. L'ensemble est isolé.

1) Énoncer le premier principe de la thermodynamique de façon générale. Le simplifier pour ce système.

2) Exprimer le transfert thermique Q reçu par le système à l'aide de la loi de Newton en fonction de h, T, T_{th} et S.

3) Exprimer la variation infinitésimale d'énergie interne $\text{d}U$ en fonction de la capacité thermique C.

4) En déduire l'équation différentielle vérifiée par la température T. La mettre sous forme canonique et identifier τ.

5) Résoudre l'équation sachant qu'initialement la température est notée T_0. Représenter graphiquement l'évolution de la température au cours du temps.

Exercice 2 *Travail reçu lors d'une évolution adiabatique*

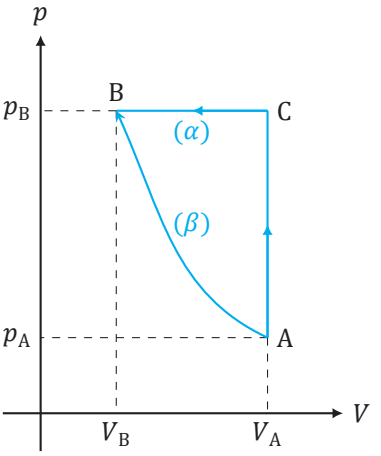
Une masse $m_0 = 1$ kg d'air, de masse molaire $M = 29{,}0$ g · mol^{-1}, assimilé à un gaz parfait diatomique, subit une compression adiabatique qui fait évoluer sa température de $T_i = 293$ K à $T_f = 333$ K.

1) Rappeler ce qu'est une compression adiabatique.
2) Exprimer puis calculer le travail nécessaire à la compression en fonction notamment de m, M, T_i et T_f.

Exercice 3 *Transformations d'un gaz parfait*

Une quantité de matière n d'un gaz parfait passe d'un état d'équilibre A(p_A,V_A,T_A) à un autre état d'équilibre $B(p_B = 3p_A, V_B, T_B)$ par deux transformations de chemins distincts :

- *transformation α :* isochore AC puis isobare CB ;
- *transformation β :* isotherme réversible AB.



1) Exprimer T_B en fonction de T_A, V_B et V_A.
2) Exprimer W_α, W_β, Q_α et Q_β les travaux et transferts thermiques reçus par le gaz respectivement au cours des transformations α et β. Les comparer et interpréter.

Exercice 4 *Moteur thermique*

Cet exercice propose l'étude d'un moteur thermique qui fonctionne en régime permanent et dont le fluide caloporteur ne change pas d'état. Ce moteur est constitué d'une chaudière, d'une turbine et d'un condenseur. Le fluide est chauffé sans échange à pression constante dans la chaudière à 400 °C. Ensuite, il subit une transformation dans la turbine, puis est refroidi à pression constante dans le condenseur jusqu'à revenir à une température de 30 °C.

1) Exprimer le transfert thermique reçu par le fluide dans la chaudière, en fonction des enthalpies d'entrée et de sortie de la chaudière ainsi que de la masse m de fluide transporté.
2) Exprimer puis calculer le travail effectivement fourni par la turbine.
3) Établir le bilan énergétique en prenant en compte l'énergie reçue et l'énergie rejetée.

Données :
- Pression dans la chaudière : 10 MPa
- Température du fluide après la turbine : 30 °C
- Les enthalpies massiques de vaporisation et de condensation peuvent être négligées pour simplifier le problème.
- Le rendement de la turbine est de 90 %.

Exercices d'entraînement

Exercice 5 *Contact thermique entre deux solides*

Une masse $m_1 = 320$ g de fer à la température initiale $T_1 = 380$ K et une masse $m_2 = 250$ g d'aluminium à la température initiale $T_2 = 280$ K sont placées en contact dans une enceinte adiabatique.

Calculer la température finale T_f du système.

Données : capacités thermiques massiques à pression constante
- Fer solide : $c_{Fe} = 444\ \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
- Aluminium solide : $c_{Al} = 897\ \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Exercice 6 *Détente de Joule Gay-Lussac*

Un récipient est divisé en deux compartiments par une paroi fixe. Les parois du récipient sont calorifugées. Chaque compartiment a un volume $V = 1{,}00$ L. Dans l'état initial, le compartiment n° 1 est rempli par $n = 1{,}00$ mol de gaz considéré parfait, de coefficient adiabatique $\gamma = 1{,}66$ à une température $T_i = 27{,}0$ °C. Le compartiment n° 2 est vide.
À l'instant initial, un trou est percé dans la paroi pour que le gaz remplisse les deux compartiments. Un nouvel état d'équilibre est ensuite atteint.

1) Montrer que l'énergie interne du gaz reste constante lors de cette transformation.

La loi de Joule du gaz parfait relative à l'énergie interne stipule que cette dernière ne dépend que de la température du système. La conséquence sur la différentielle de U, notée $\mathrm{d}U$, est qu'elle peut s'exprimer comme :

$$\mathrm{d}U = C_V \mathrm{d}T$$

2) Calculer la température et la pression du gaz à l'état final.

Exercice 7 *Chauffage d'une chambre*

Une chambre est séparée de l'extérieur par des murs en béton. La température régnant à l'extérieur est supposée constante égale à $T_0 = 280$ K. La température $T(t)$ à l'intérieur du local et ses murs est supposée uniforme mais non constante. La puissance perdue par la pièce à cause des fuites thermiques est égale à $\mathcal{P}_{th} = \frac{T(t)-T_0}{R_{th}}$ avec $R_{th} = 2{,}00 \times 10^{-2}\ \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$ la résistance thermique des parois. La pièce est chauffée par un radiateur délivrant une puissance $\mathcal{P} = 2{,}00$ kW.
La capacité thermique du système {local + murs} est $C = 1{,}50\ \text{kJ} \cdot \text{K}^{-1}$. À $t = 0$, la température de la pièce vaut $T(0) = T_0$ et le radiateur est allumé à ce moment.

1) Établir l'équation différentielle vérifiée par la fonction $T(t)$. La mettre sous forme canonique et identifier τ.
2) Déterminer $T(t)$ et décrire son allure.
3) Calculer la température dans la pièce une fois le régime stationnaire établi. Que faut-il faire pour que la température finale soit de 19 °C comme recommandé ?

Exercice 8 *Étude thermodynamique d'un moteur à piston*

Un moteur à piston fonctionne selon le cycle décrit ci-dessous, réalisé avec une quantité de matière fixée d'un gaz supposé parfait (notée n) :

1. *Compression isotherme* : le gaz initialement à $p_1 = 1{,}013$ bar est comprimé à température constante $T_1 = 300$ K, de $V_1 = 5{,}0$ L à $V_2 = 2{,}0$ L.
2. *Chauffage isochore* : le gaz est chauffé à volume constant jusqu'à $T_3 = 600$ K.
3. *Détente adiabatique* : le gaz se détend adiabatiquement jusqu'à ce V_1.
4. *Refroidissement à volume constant* : le gaz revient à son état initial (T_1).

Données :

- Capacité thermique molaire à volume constant : $C_{v,m} = 20{,}8\,\text{J·mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
- Rapport des capacités thermiques : $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1{,}4$

1) Compression isotherme
   a) Calculer la pression p_2 du gaz à la fin de la compression.
   b) Déterminer le travail $W_{1\to2}$ échangé au cours de cette étape.
   c) En déduire le transfert thermique échangé $Q_{1\to2}$.
2) Chauffage isochore

   Calculer la variation d'énergie interne $\Delta U_{2\to3}$ et le transfert thermique échangé $Q_{2\to3}$.
3) Détente adiabatique Pour cette transformation, la relation $pV^\gamma = \text{constant}$ est vérifiée.
   a) En déduire la pression p_4 et la température T_4 du gaz à la fin de la détente.
   b) Calculer le travail $W_{3\to4}$ échangé au cours de cette étape.
4) Refroidissement isochore

   Calculer le transfert thermique $Q_{4\to1}$ lors du retour à la température T_1.
5) Bilan énergétique
   a) Calculer le travail total W_{cycle} reçu par le système sur un cycle complet.
   b) En déduire le rendement thermodynamique $\eta = \frac{W_{\text{cycle}}}{Q_{2\to3}}$.

Données :

- Pour une transformation isotherme : $W_{i\to f} = -nRT\ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$
- Pour une transformation adiabatique : $TV^{\gamma-1} = \text{constante}$ et $pV^\gamma = \text{constante}$

Exercice 9 *Utilisation d'une bouteille thermos*

Une bouteille dite « isotherme » peut être considérée comme un calorimètre, c'est-à-dire un système de faible capacité thermique et pouvant pratiquement isoler thermiquement son contenu du milieu extérieur. On considère la bouteille thermos comme étant ouverte sur l'extérieur mais sans échange avec l'air.

l) Justifier la qualification de monobare pour une transformation ayant lieu dans un calorimètre.

2) Montrer que pour un système subissant une telle transformation $\Delta H = Q$.

Une masse $m = 580$ g d'eau est placée dans une bouteille dite « isotherme ». Une fois l'équilibre thermique établi, la température est mesurée et vaut $\theta_1 = 20{,}0$ °C. Une autre masse $m = 580$ g d'eau est ensuite ajoutée dans la bouteille à $\theta_2 = 80{,}0$°C. Un nouvel état d'équilibre est atteint et la température mesurée vaut $\theta_{éq} = 49{,}0$ °C. Les manipulations sont réalisées suffisamment vite pour que les pertes thermiques soient négligées.

3) Exprimer la température $\theta_{éq,0}$ si la capacité thermique de la bouteille était nulle.

4) Déterminer la valeur de la capacité thermique C_t de la bouteille utilisée.

5) Il est indiqué sur la notice fournie par le constructeur du calorimètre que la masse équivalente en eau de la bouteille et de ses accessoires est $m_c = 40$ g. Commenter cette valeur numérique.

En attendant plus longtemps, la température $\theta(t)$ du calorimètre varie au cours du temps. Cette variation s'interprète par des pertes thermiques à travers la surface de la bouteille.
Ces pertes thermiques sont modélisées par une puissance thermique perdue par la bouteille exprimée comme :

$$\mathcal{P}_{th} = kS\big(\theta(t) - \theta_{ext}\big)$$

où k est une constante positive et S désigne l'aire de la surface extérieure de la bouteille au contact avec la pièce de température $\theta_{ext} = 20$ °C.
Pour simplifier, le système constitué de la bouteille et de tout ce qu'elle contient est considéré homogène, à la température $\theta(t)$ et sa capacité thermique (supposée constante) est notée C.

6) Commenter le signe de $\mathcal{P}_{th}$ quand la température de la pièce est inférieure à celle de l'intérieur de la bouteille.

7) Établir l'équation différentielle régissant l'évolution de $\theta(t)$. Mettre cette équation sous forme canonique en exprimant une constante de temps τ en fonction de k, S et C.

8) Résoudre cette équation différentielle sachant qu'à l'instant initial la température à l'intérieur de la bouteille est de 60 °C.

9) La variation de température mesurée au bout du temps $t = 10$ min vaut $\Delta\theta = -1$ °C. Calculer la valeur de τ.

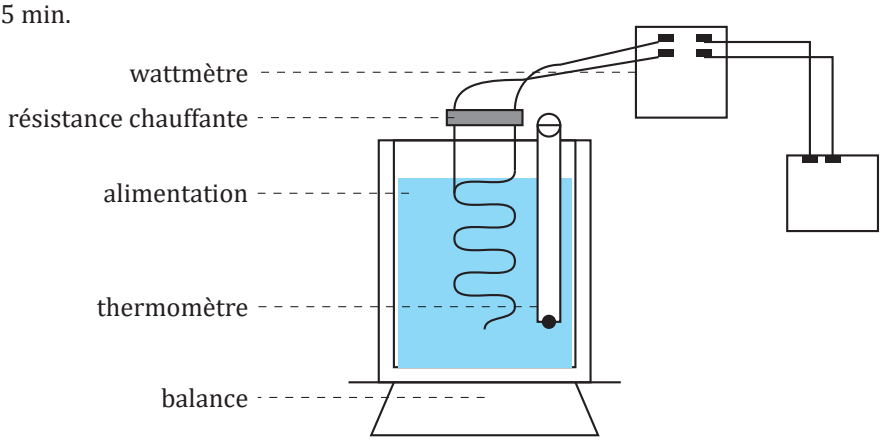
Données :
Capacité thermique massique de l'eau liquide à pression constante : $c_{eau} = 4{,}18\,\text{J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

D'après écrits Agro-Véto TB

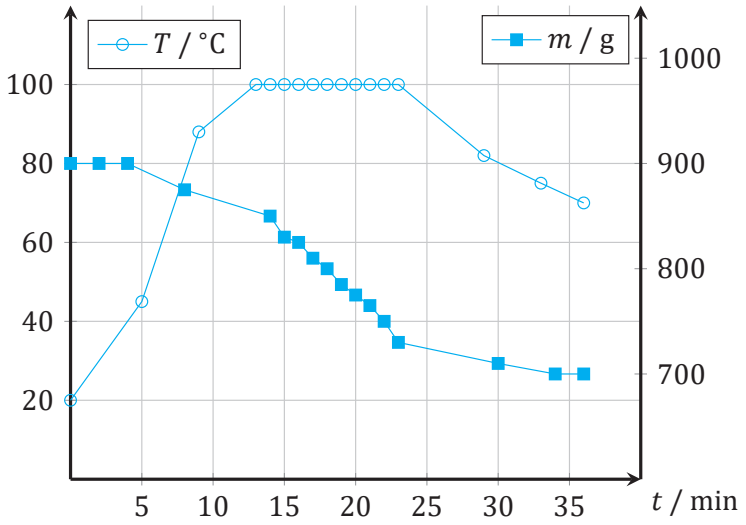
Exercices d'approfondissement

Exercice 10 *Question ouverte*

Un vase de DEWAR contenant environ 1 L d'eau est placé sur une balance. Un thermomètre y est plongé ainsi qu'une résistance chauffante (du type de celles que l'on trouve dans les bouilloires électriques). Celle-ci est alimenté avec une forte puissance ($\mathcal{P} = 502$ W), pendant 25 min.



L'alimentation est branchée à la date $t = 0$. La température et la masse d'eau sont mesurées à intervalles de temps réguliers (la balance ayant été tarée en l'absence d'eau).
Le graphique suivant est obtenu.

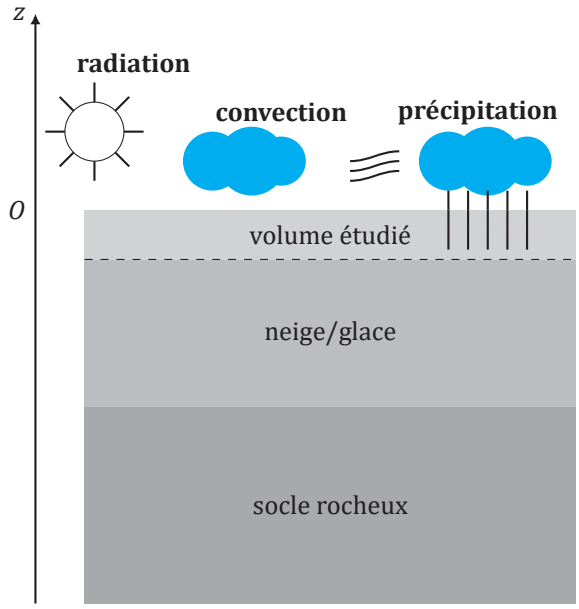


À l'aide du diagramme, déterminer la capacité thermique massique de l'eau liquide ainsi que son enthalpie massique de vaporisation.

D'après oral Banque PT

Exercice 11 *Bilan thermique d'un glacier*

Les glaciers, de par leur faible inertie de réponse aux changements climatiques, sont des outils de choix pour comprendre l'augmentation globale de température observée depuis le XIX^{e} siècle. La relation entre l'évolution des glaciers et la variabilité climatique repose en partie sur une étude du bilan d'énergie de surface du glacier. Pour effectuer ce bilan, on considère le volume compris entre la surface et une profondeur à partir de laquelle il n'existe plus de flux radiatifs significatifs comme l'indique la figure ci-dessous.



Le but de l'exercice est d'effectuer un bilan en termes de flux surfacique pour déterminer Φ, l'énergie stockée par unité de surface et de temps du volume étudié. L'énergie stockée a pour effet d'augmenter la température de la glace jusqu'à induire sa fonte.
Le bilan fait intervenir les flux suivants (chaque flux est positif s'il est reçu par la surface et négatif s'il est cédé par la surface) :

- Des flux surfaciques radiatifs arrivant « in » et partant « out » de la surface notés SW_{in} et SW_{out} pour les radiations de courtes longueurs d'onde (*Short Waves* de longueur d'onde comprise entre 0,15 et 3 µm) et LW_{in} et LW_{out} (*Long Waves*) pour les radiations de grandes longueurs d'onde (de 3 à 100 µm).
- Des flux surfaciques de convection : LE le flux turbulent de chaleur latente (permet à la neige de se sublimer une fois au sol ; il dépend de la vitesse du vent, de l'humidité mais aussi de la densité de l'air et de la chaleur latente de sublimation) et H le flux turbulent sensible (permet à la neige déposée de changer de température ; il dépend de la densité de l'air, de la capacité thermique massique à pression constante de l'air mais aussi de la vitesse du vent et de la température de la neige).
- Du flux surfacique P induit par les précipitations.

• Du flux surfacique conductif G dans la neige/glace.

Seuls les flux verticaux par rapport au volume de glace étudié, supposé horizontal, sont étudiés. On se place en géométrie axiale d'axe Oz.

Document n° 1 : la loi de Wien

Un corps noir de température absolue T émet un rayonnement thermique. La loi de Wien donne la longueur d'onde pour laquelle l'*émittance* (puissance émise par unité de surface du corps noir et par unité de longueur d'onde) est maximale à la température T du corps noir

$$\boxed{\lambda_{\text{max}} = \frac{\alpha}{T}}$$

avec $\alpha = 2{,}898 \cdot 10^{-3}$ m · K.

Document n° 2 : la loi de Stefan-Boltzmann

La loi de Stefan-Boltzmann donne l'expression de la puissance surfacique rayonnée (émittance énergétique totale, prenant en compte toutes les longueurs d'onde) :

$$\boxed{\Phi_{\text{th}}(T) = \sigma T^4}$$

avec $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W · m^{-2} · K^{-4}, la constante de Stefan-Boltzmann.

1) Expliquer ce qui distingue les transferts thermiques par conduction ou convection des transferts thermiques par rayonnement. Expliquer ce qui distingue les transferts thermiques par conduction des transferts thermiques par convection.
2) Justifier, par un calcul de longueur d'onde en µm, que les radiations courtes longueurs d'onde sont dues au Soleil (température moyenne $T_{\text{Soleil}} = 5778$ K) alors que les radiations grandes longueurs d'onde sont dues au système terrestre (température moyenne $T_{\text{Terre}} = 300$ K).
3) Calculer le flux radiatif LW_{out} dans le cas où la neige/glace se comporte comme un corps noir de température égale à $-2{,}6$ °C.
4) Exprimer R, le flux radiatif global, en fonction de SW_{in}, SW_{out}, LW_{in} et LW_{out}.
5) Le flux surfacique P apporté par les précipitations (entre l'eau et le glacier) suit une loi de type loi de Newton. Exprimer P en fonction du coefficient de transfert thermique h, de la température de la neige qui tombe T_n et de la température de la surface du glacier T_{surf} dans le cas $T_n > T_{\text{surf}}$.

D'après écrits G2E BCPST

Corrections

Exercices d'application du cours

Exercice 1 *Équation de la température d'un système*

1) Le premier principe de la thermodynamique s'écrit :

$$\mathrm{d}\mathcal{E} = \delta W + \delta Q$$
$$\mathrm{d}U = \delta W + \delta Q$$
$$\boxed{\mathrm{d}U = \delta Q}$$

système au repos macroscopique
variations de volumes nulles car système incompressible et indilatable et travail des forces de pression nul

Remarque
La forme globale correspondante s'écrit alors $\Delta U = Q$.

2) Le transfert thermique reçu par le système avec un thermostat extérieur s'exprime comme :

$$\boxed{\delta Q = -\Phi_{\text{syst}\to\text{th}}\mathrm{d}t = -h\,(T - T_{\text{Th}})\,S\mathrm{d}t}$$

avec S la surface de contact et h le coefficient de convection thermique.

3) La variation d'énergie interne s'écrit $\mathrm{d}U = C\mathrm{d}T$.

4) Le premier principe de la thermodynamique s'écrit alors :

$$C\mathrm{d}T = -h(T - T_{\text{Th}})S\mathrm{d}t$$

Sous forme canonique, on a :

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}(t) + \frac{T(t)}{\tau} = \frac{T_{\text{Th}}}{\tau}} \quad \text{en posant} \quad \boxed{\tau = \frac{C}{hS}}$$

τ correspond effectivement à une durée car

- $[C] = \mathrm{M}\cdot\mathrm{L}\cdot\mathrm{T}^{-2}\cdot\mathrm{K}^{-1}$;
- $[h] = \mathrm{M}\cdot\mathrm{L}^{-1}\cdot\mathrm{T}^{-1}\cdot\mathrm{K}^{-1}$;
- $[S] = \mathrm{L}^2$

Remarque
Une autre façon d'établir cette équation est d'écrire le premier principe de la thermodynamique enthalpique avec aucun autre travail.

5) Il s'agit d'une équation différentielle du premier ordre avec second membre constant. La solution est donc de la forme :

$$T(t) = T_h(t) + T_p$$

avec $T_h(t)$ la solution de l'équation homogène et T_p la solution particulière (constante).

- Solution de l'équation homogène

  $T_h(t)$ est solution de l'équation sans second membre suivante :

$$\frac{\mathrm{d}T_h}{\mathrm{d}t}(t) + \frac{T_h(t)}{\tau} = 0 \qquad \text{donc} \qquad T_h = A\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

  où A est une constante d'intégration et τ la constante de temps.

- Solution particulière

  T_p est **constante** car le second membre l'est. En l'injectant dans l'équation différentielle, il vient :

$$\underbrace{\frac{\mathrm{d}T_p}{\mathrm{d}t}}_{=0} + \frac{T_p}{\tau} = \frac{T_{\mathrm{Th}}}{\tau} \qquad \text{d'où} \qquad T_p = T_{\mathrm{th}}$$

  L'équation a donc pour solution :

$$T(t) = A\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + T_{\mathrm{Th}}$$

- Expression de la constante d'intégration

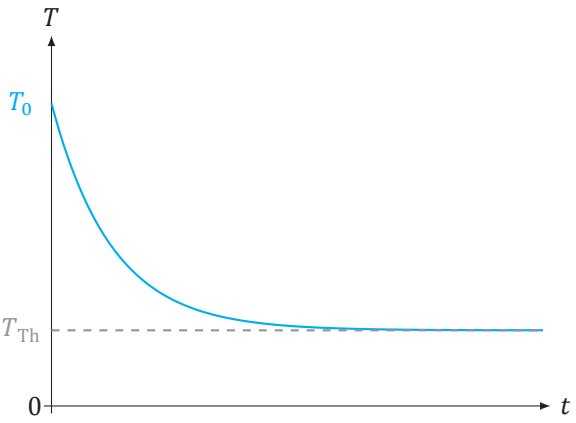
  Pour déterminer la valeur de A, il faut utiliser la condition initiale. À $t = 0, T(t = 0) = T_0$ d'où :

$$\underbrace{T(t=0)}_{=T_0} = A + T_{\mathrm{Th}} \qquad \text{donc} \qquad A = T_0 - T_{\mathrm{Th}}$$

- Solution de l'équation

$$\boxed{T(t) = (T_0 - T_{\mathrm{Th}})\,\mathrm{e}^{-t/\tau} + T_{\mathrm{Th}}}$$

La température T du système tend vers celle T_{Th} du thermostat avec lequel il est en contact.



Exercice 2 *Travail reçu lors d'une évolution adiabatique*

1) La **compression adiabatique** est une **augmentation de pression** sans transfert thermique entre le système considéré et le milieu extérieur ($Q_{\text{adia}} = 0$).

2) Le premier principe de la thermodynamique s'écrit :

$$\begin{aligned} \Delta U &= W + Q \\ \Delta U &= W \\ nC_{\text{v,m}}\Delta T &= W \\ n \times \frac{5}{2} R\,(T_{\text{f}} - T_{\text{i}}) &= W \end{aligned}$$

transformation adiabatique

$\Delta U = C_{\text{v}}\Delta T$ pour le gaz parfait

gaz diatomique supposé parfait

Par conséquent :

$$\boxed{W = \frac{m}{M} \cdot \frac{5R}{2}\,(T_{\text{f}} - T_{\text{i}})}$$

Application numérique : $W = \frac{1}{29 \cdot 10^{-3}} \times \frac{5 \times 8{,}314}{2} \times (333 - 293) = 28{,}7$ kJ

Erreur classique

La masse molaire est souvent fournie en $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ alors que l'unité du système international de la masse est le kilogramme. Il faut donc la convertir en $\text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Exercice 3 *Transformations d'un gaz parfait*

1) La transformation β étant isotherme, il vient directement :

$$\boxed{T_{\text{B}} = T_{\text{A}}}$$

L'équation d'état du gaz parfait donne :

$$p_{\text{A}}V_{\text{A}} = nRT_{\text{A}} \qquad \text{et} \qquad p_{\text{B}}V_{B} = nRT_{\text{B}}$$

Comme $T_{\text{A}} = T_{\text{B}}$, on a :

$$p_{\text{B}}V_{\text{B}} = p_{\text{A}}V_{\text{A}}$$

De plus $p_{\text{B}} = 3p_{\text{A}}$,

$$\boxed{V_{\text{B}} = \frac{V_{\text{A}}}{3}}$$

2) Le calcul des termes d'échange diffère selon le type de transformation.

- Transformation α

  La transformation AC est **isochore**, donc $W_{\alpha,\text{AC}} = 0$. La transformation CB est **isobare**, donc $W_{\alpha,\text{CB}} = -p_{\text{B}}(V_{\text{B}} - V_{\text{A}})$, soit :

$$W_{\alpha,\text{CB}} = 2p_{\text{B}}V_{\text{A}}$$

CORRECTIONS

W étant une grandeur extensive :

$$W_\alpha = W_{\alpha,\mathrm{AC}} + W_{\alpha,\mathrm{CB}} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{W_\alpha = 2p_A V_A}$$

Comme $T_\mathrm{A} = T_\mathrm{B}$, $\Delta U_\mathrm{AB} = 0$. D'après le premier principe de la thermodynamique :

$$Q_\alpha = \Delta U_\mathrm{AB} - W_\alpha = -W_\alpha \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{Q_\alpha = -2p_\mathrm{A}V_\mathrm{A}}$$

- Transformation β

Sur une **isotherme réversible**, $P\mathrm{ext} = P$ et grâce à l'équation d'état du gaz parfait, le travail W_β s'écrit :

$$W_\beta = -\int_{V_\mathrm{A}}^{V_\mathrm{B}} p\mathrm{d}V = -\int_{V_\mathrm{A}}^{V_\mathrm{B}} \frac{nRT_\mathrm{A}}{V}\mathrm{d}V = -nRT_\mathrm{A}\int_{V_\mathrm{A}}^{V_\mathrm{B}} \frac{\mathrm{d}V}{V}$$

Ainsi :

$$W_\beta = -nRT_\mathrm{A}\ln\left(\frac{V_\mathrm{B}}{V_\mathrm{A}}\right) = -nRT_\mathrm{A}\ln\left(\frac{p_\mathrm{A}}{p_\mathrm{B}}\right)$$

$$\boxed{W_\beta = p_A V_A \ln(3)}$$

D'après le premier principe de la thermodynamique et comme $T_\mathrm{A} = T_\mathrm{B}$:

$$Q_\beta = \underbrace{\Delta U_\mathrm{AB}}_{=0} - W_\beta$$

Ainsi :

$$\boxed{Q_\beta = -p_A V_A \ln(3)}$$

Remarque

Contrairement à Q et W, l'énergie interne est une fonction d'état donc sa variation ne dépend pas du chemin suivi :

$$\Delta U_\alpha = \Delta U_\beta = 0$$

car $T_\mathrm{A} = T_\mathrm{B}$.

Exercice 4 *Moteur thermique*

1) À pression constante, on a $\Delta H = Q$. Le transfert thermique reçu par le fluide dans la chaudière s'écrit :

$$Q_\mathrm{chaud} = m\left(h_{\mathrm{chaud,\ sortie}} - h_{\mathrm{chaud,\ entrée}}\right)$$

avec :

- m la masse du fluide ;
- $h_{\mathrm{chaud,\ entrée}}$ est l'enthalpie du fluide à l'entrée du système ;
- $h_{\mathrm{chaud,\ sortie}}$ est l'enthalpie à la sortie de la chaudière (400 °C, 10 MPa).

2) Le travail théorique maximum fourni par la turbine s'écrit :

$$W_{\text{turb, théo}} = -m\left(h_{\text{turb, sortie}} - h_{\text{turb, entrée}}\right)$$

Par définition du rendement de la turbine η, le travail réel est donné par :

$$W_{\text{turb, réel}} = \eta W_{\text{turb, théo}}$$

où $\eta = 0{,}90$ est le rendement de la turbine.

3) Le bilan d'énergie totale pour ce moteur thermique s'écrit :

$$\Delta U = Q_{\text{chaud}} + W_{\text{chaud}} + Q_{\text{turb}} + W_{\text{turb, réel}} + Q_{\text{cond}} + W_{\text{cond}} = 0$$

La pression constante dans la chaudière et le condensateur ainsi que la transfromation isentropique permettent de simplifier cette relation. On a donc :

$$Q_{\text{chaud}} - W_{\text{trub, réel}} = Q_{\text{cond}}$$

Le travail fourni par la turbine est équivalent à l'énergie reçue par le fluide dans la chaudière moins l'énergie perdue sous forme de chaleur rejetée dans le condenseur.

Exercices d'entraînement

Exercice 5 *Contact thermique entre deux solides*

Le premier principe appliqué à l'ensemble des deux solides au repos macroscopique s'écrit :

$$\begin{aligned} \Delta U &= W + Q \\ \Delta U &= 0 \\ m_1 c_{\text{Fe}}\left(T_{\text{f}} - T_1\right) + m_2 c_{\text{Al}}\left(T_{\text{f}} - T_2\right) &= 0 \end{aligned}$$

enceinte calorifugé et solides indéformables

$\Delta U = C\Delta T$

La température finale du système s'écrit donc :

$$\boxed{T_{\text{f}} = \frac{m_1 c_{\text{Fe}} T_1 + m_2 c_{\text{Al}} T_2}{m_1 c_{\text{Fe}} + m_2 c_{\text{Al}}}}$$

Application numérique : $T_{\text{f}} = \frac{320{\cdot}10^{-3}\times 444\times 380 + 250{\cdot}10^{-3}\times 897\times 280}{320{\cdot}10^{-3}\times 444 + 250{\cdot}10^{-3}\times 897} = 319\ \text{K}$

Exercice 6 *Détente de Joule Gay-Lussac*

1) Le premier principe de la thermodynamique appliqué au système {compartiment n° 1 + compartiment n° 2} s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathrm{d}U &= \delta W + \delta Q \\ \mathrm{d}U &= 0 \\ \mathrm{d}U_{\text{gaz}} + \mathrm{d}U_{\text{vide}} &= 0 \end{aligned}$$

parois calorifugées et indéformables

extensivité de l'énergie interne

CORRECTIONS

Comme **l'énergie interne du vide est nulle**, l'énergie interne du gaz ne varie pas pendant la transformation.

$$\boxed{\mathrm{d}U_{\text{gaz}} = 0}$$

2) Un gaz parfait suit la première loi de JOULE donc sa variation d'énergie interne s'écrit :

$$\mathrm{d}U_{\mathrm{A}} = C_V \mathrm{d}T \qquad \text{ou encore} \qquad \Delta U_A = C_V \Delta T = 0$$

La température d'un gaz parfait ne varie donc pas au cours d'une détente de JOULE-GAY-LUSSAC :

$$\boxed{T_{\mathrm{f}} = T_{\mathrm{i}}}$$

Application numérique : $T_{\mathrm{f}} = 300$ K

La loi des gaz parfaits permet de calculer la pression :

$$\boxed{p_{\mathrm{f}} = \frac{nRT_{\mathrm{f}}}{V_{\mathrm{f}}}}$$

Application numérique : $p_f = \frac{1{,}00 \times 8{,}314 \times 300}{2{,}00 \times 10^{-3}} = 12{,}5$ bar

Exercice 7 *Chauffage d'une chambre*

1) Le bilan entre t et $t + \mathrm{d}t$ s'écrit : $\Delta U = c\mathrm{d}T = \mathcal{P}\mathrm{d}t - \mathcal{P}_{\text{th}}\mathrm{d}t$. La variation de la température $T(t)$ dans le local est régie par l'équation différentielle suivante, où la puissance thermique nette est convertie en variation d'énergie thermique du système :

$$C\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = \mathcal{P} - \mathcal{P}_{\text{th}}$$

D'après l'expression de la puissance thermique perdue $\mathcal{P}_{\text{th}}$ fournie dans l'énoncé, l'équation différentielle s'écrit :

$$C\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}(t) = \mathcal{P} - \frac{T(t) - T_0}{R_{\text{th}}} \qquad \text{soit} \qquad \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}(t) + \frac{T(t)}{CR_{\text{th}}} = \frac{T_0}{CR_{\text{th}}} + \frac{\mathcal{P}}{C}$$

Sous forme canonique, cette équation différentielle linéaire du premier ordre s'écrit :

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}(t) + \frac{T(t)}{\tau} = \frac{T_\infty}{\tau}} \qquad \text{avec} \qquad \tau = CR_{\text{th}} \qquad \text{et} \qquad T_\infty = T_0 + \mathcal{P} \times R_{\text{th}}$$

2) La solution est donc de la forme :

$$T(t) = T_h(t) + T_p$$

avec $T_h(t)$ la solution de l'équation homogène et T_p la solution particulière (constante).

- Solution de l'équation homogène

  $T_h(t)$ est solution de l'équation sans second membre suivante :

$$\frac{\mathrm{d}T_h}{\mathrm{d}t}(t) + \frac{T_h(t)}{\tau} = 0 \qquad \text{donc} \qquad T_h = A\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

  où A est une constante d'intégration et τ la constante de temps.

- Solution particulière

  T_p est **constante** car le second membre de l'équation l'est. En l'injectant dans l'équation différentielle, il vient :

$$\underbrace{\frac{\mathrm{d}T_p}{\mathrm{d}t}}_{=0} + \frac{T_p}{\tau} = \frac{T_\infty}{\tau} \qquad \text{d'où} \qquad T_p = T_\infty$$

  L'équation a donc pour solution :

$$T(t) = A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + T_\infty$$

- Expression de la constante d'intégration

  Pour déterminer la valeur de A, il faut utiliser les conditions initiales.
  À $t = 0$, $T(t = 0) = T_0$ d'où :

$$\underbrace{T(t=0)}_{=T_0} = A + T_\infty \qquad \text{donc} \qquad A = T_0 - T_\infty$$

- Solution de l'équation

$$\boxed{T(t) = (T_0 - T_\infty)\,\mathrm{e}^{-t/\tau} + T_\infty}$$

Les applications numériques donnent :

$$T_\infty = 280 + (2{,}00 \times 10^{-2}) \times 2000 = 320 \text{ K}$$

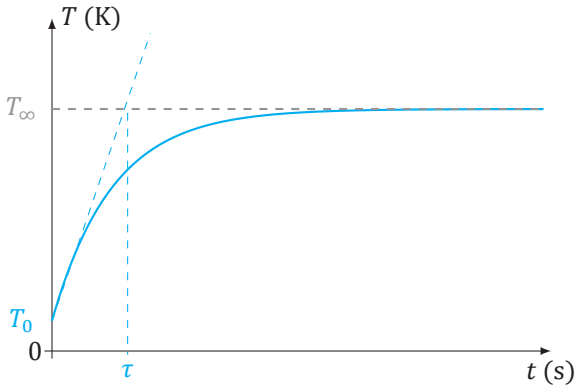
et :

$$\tau = 1{,}50 \times 10^3 \times 2{,}00 \cdot 10^{-2} = 30 \text{ s}$$

La solution est donc

$$T(t) = 320 - 40e^{-t/30}$$

La température suit une évolution exponentielle vers la valeur asymptotique $T_\infty = 320$ K avec une constante de temps $\tau = 30$ s. Elle croît rapidement au début, puis tend vers T_∞.



3) En régime stationnaire ($t \to \infty$), la température atteint la valeur limite :

$$T_\infty = T_0 + R\mathcal{P} = 320 \text{ K}$$

Pour augmenter ou diminuer la température de la pièce, il faut ajuster la puissance du radiateur $\mathcal{P}$ selon la relation :

$$T_\infty = T_0 + R\mathcal{P}$$

- Pour augmenter la température, il faut augmenter $\mathcal{P}$.
- Pour diminuer la température, il faut diminuer $\mathcal{P}$.

Exercice 8 *Étude thermodynamique d'un moteur à piston*

1) Compression isotherme

a) L'équation d'état du gaz parfait pour une transformation isotherme implique $pV =$ constante. Ainsi :

$$p_1V_1 = p_2V_2 \qquad \text{donc} \qquad p_2 = p_1 \cdot \frac{V_1}{V_2}$$

Application numérique : $p_2 = 1{,}013 \times \frac{5}{2} = 2{,}5$ bar

b) Pour une transformation isotherme, le travail est donné par $W_{i\to f} = -nRT_0 \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$ (*cf.* exercice 3) avec $n = \frac{p_1V_1}{RT_1}$ d'après l'équation d'état du gaz parfait appliqué à l'état 1, il vient :

$$\boxed{W_{1\to2} = -p_1V_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}$$

Application numérique : $W = -1{,}013 \times 10^5 \times 5 \times 10^{-3} \times \ln\left(\frac{2{,}0}{5{,}0}\right) = 464$ J

c) Pour une transformation isotherme et un gaz parfait, le premier principe de la thermodynamique donne $\Delta U = C_V \mathrm{d}T = 0$, donc :

$$\boxed{Q_{1\to2} = -W_{1\to2}}$$

Application numérique : $Q_{1\to2} = -464$ J

2) Chauffage isochore

À volume constant, les travaux des forces de pression sont nuls ($W_{3\to3} = 0$) donc d'après le premier principe de la thermodynamique :

$$\Delta U = Q$$

avec :

$$\Delta U_{2\to3} = nC_{v,m}\Delta T \qquad \text{donc} \qquad \boxed{Q_{2\to3} = nC_{v,m}\,(T_3 - T_2)}$$

De plus $T_2 = T_1 = 300$ K car le fluide a subi précédemment une compression isotherme.
Application numérique : $Q_{2\to3} = 0{,}203 \times 20{,}8 \times (600 - 300) = 1264{,}7$ J

3) Détente adiabatique

a) Pour une transformation adiabatique : $pV^\gamma = \text{cte}$ et pour un gaz parfait $pV = nRT$, donc $TV^{\gamma-1} = \text{cte}$.

Soit

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1}$$

avec $V_3 = V_2$ car la transformation 2 est isochore. Ainsi :

$$\boxed{T_4 = T_3\left(\frac{V_2}{V_4}\right)^{\gamma-1}}$$

Application numérique : $T_4 = 600 \times \left(\frac{2{,}0}{5{,}0}\right)^{1{,}4-1} = 472$ K

Pour la pression, grâce à la loi du gaz parfait :

$$\boxed{p_4 = p_3 \cdot \frac{T_4}{T_3}}$$

Application numérique : $p_3 = 2{,}5 \times \frac{472}{600} = 1{,}97$ bar

b) D'après le premier principe de la thermodynamique, le travail pour une transformation adiabatique s'écrit :

$$W_{3\to4} = \Delta U_{3\to4} \qquad \text{donc} \qquad \boxed{W_{3\to4} = nC_{v,m}(T_4 - T_3)}$$

Application numérique : $W_{3\to4} = 0{,}203 \times 20{,}8 \times (472 - 600) = -541$ J

$W_{3\to4} < 0$ ce qui est cohérent car la transformation est une détente.

4) Refroidissement isochore

À volume constant, $W_{4\to1} = 0$ donc le premier principe donne $\Delta U = Q$. Il vient donc :

$$\boxed{Q_{4\to1} = nC_{v,m}(T_4 - T_1)}$$

Application numérique : $Q_{4\to1} = 0{,}203 \times 20{,}8 \times (472 - 300) = 729{,}7$ J

5) Bilan énergétique

a) Le travail total est la somme de tous les travaux :

$$\boxed{W_{\text{cycle}} = W_{1\to2} + \cancel{W_{2\to3}} + W_{3\to4} + \cancel{W_{4\to1}}}$$

Application numérique : $W_{\text{cycle}} = 464 - 541 = -77$ J

b) Le rendement est donné par :

$$\boxed{\eta = \left|\frac{\mathcal{E}_{\text{utile}}}{\mathcal{E}_{\text{couteuse}}}\right| = \left|\frac{W_{\text{cycle}}}{Q_{2\to3}}\right|}$$

Application numérique : $\eta = -\frac{-77}{1265} = 0{,}06$

Exercice 9 *Utilisation d'une bouteille thermos*

1) Une transformation est dite **monobare** si elle se déroule à **pression extérieure constante**. Dans un calorimètre, le système est **isolé thermiquement**, mais reste en contact avec l'atmosphère extérieure à travers la paroi souple ou ouverte au-dessus du liquide. La pression reste donc constante, égale à la pression atmosphérique.

2) Le premier principe pour une transformation globale s'écrit :

$$\Delta\mathcal{E} = W + Q$$
$$\Delta U = W + Q \quad \text{(système au repos macroscopique)}$$
$$U_f - U_i = -p_{ext}(V_f - V_i) + Q \quad \text{(forces de pressions seulement et monobare)}$$
$$U_f - U_i = -p_f V_f + p_i V_i + Q \quad \text{(monobare } p_f = p_i = p_{ext}\text{)}$$
$$Q = U_f + p_f V_f - (U_i + p_i V_i) \quad (H = U + pV)$$
$$Q = H_f - H_i$$

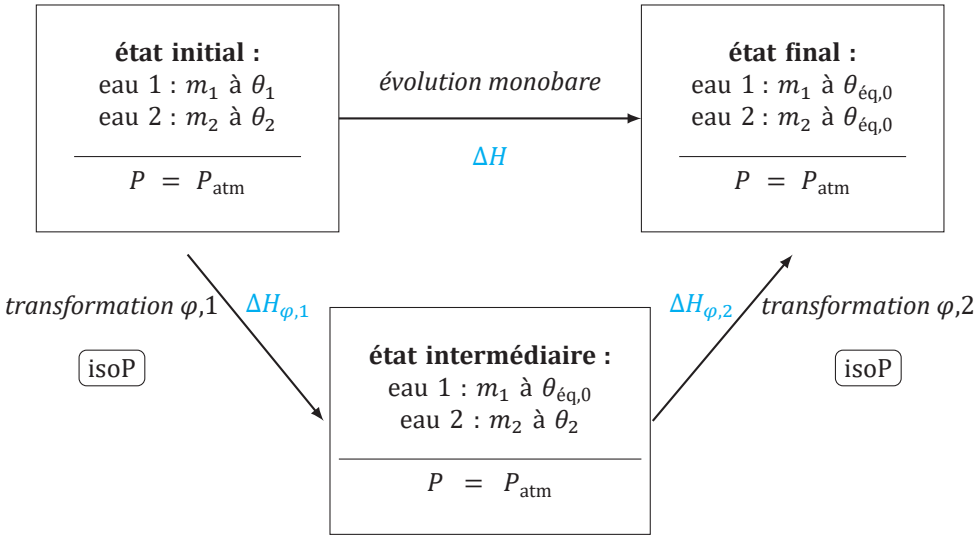
Ainsi, l'expression du premier principe de la thermodynamique en évolution monobare (avec équilibre de pression entre les états initial et final), sans autres travaux que ceux des forces pressantes, s'écrit :

$$\boxed{\Delta H = Q}$$

3) D'après la question précédente, le premier principe en évolution adiabatique se résume à une variation d'enthalpie nulle pour le système.

$$\Delta H = 0$$

Or, l'enthalpie étant une fonction d'état, sa variation ne dépend pas du chemin suivi. Si la capacité thermique de la bouteille est négligeable, seule l'eau intervient dans les échanges thermiques et le cycle suivant permet de décomposer la transformation.



$$\Delta H = \Delta H_{\varphi,1} + \Delta H_{\varphi,2} = 0$$

En utilisant la relation $\Delta H = C_P \Delta T = m c_{p,m} \Delta T$:

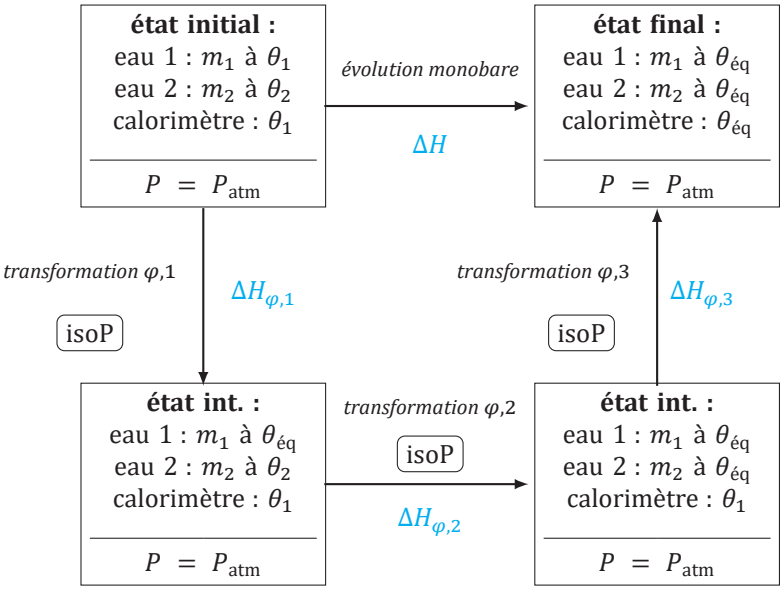
$$m_1 c_{\text{eau}} \left(\theta_{\text{éq},0} - \theta_1\right) + m_2 c_{\text{eau}} \left(\theta_{\text{éq},0} - \theta_2\right) = 0$$

À l'équilibre, le transfert thermique cédé par l'eau chaude est égal au transfert thermique absorbé par l'eau froide. Sachant que les masses sont égales, $m_1 = m_2 = m$, il vient :

$$\boxed{\theta_{\text{éq},0} = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}}$$

Application numérique : $\theta_{\text{éq},0} = \frac{20+80}{2} = 50\ °\text{C}$

4) Lorsque la capacité thermique de la bouteille C_t est prise en compte, le transfert thermique absorbé par la bouteille doit être ajouté.



L'application du premier principe donne toujours $\Delta H = 0$ en évolution adiabatique. En revanche cette fois la variation d'enthalpie prend en compte le terme supplémentaire :

$$m_1 c_{\text{eau}} \left(\theta_{\text{éq}} - \theta_1\right) + m_2 c_{\text{eau}} \left(\theta_{\text{éq}} - \theta_2\right) + C_t \left(\theta_{\text{éq}} - \theta_1\right) = 0$$

En prenant en compte le fait que $m_1 = m_2 = m$, la capacité thermique à pression constante du calorimètre s'écrit donc :

$$\boxed{C_t = m c_{\text{eau}} \cdot \frac{\theta_1 + \theta_2 - 2\theta_{\text{éq}}}{\theta_{\text{éq}} - \theta_1}}$$

Application numérique : $C_t = 580 \times 10^{-3} \cdot 4{,}18 \cdot 10^3 \times \frac{20-2\times49+80}{49-20} = 167{,}2\ \text{J} \cdot \text{K}^{-1}$

5) La capacité thermique de la bouteille peut être comparée à celle d'une masse d'eau équivalente m_c, où $C_t = m_c c_{\text{eau}}$. En inversant cette relation :

$$\boxed{m_c = \frac{C_t}{c_{\text{eau}}}}$$

Application numérique : $m_c = \frac{167{,}2}{4{,}18 \cdot 10^3} = 0{,}0400 \text{ kg} = 40{,}0 \text{ g}$

Cette valeur est cohérente avec la valeur fournie par le constructeur, $m_c = 40$ g. Cela indique que les accessoires du calorimètre et la bouteille contribuent à une capacité thermique équivalente à environ 40 g d'eau et que celle-ci est négligeable pour toute masse d'eau totale grande devant 40 g.

6) Si $\theta(t) > \theta_{\text{ext}}$, alors la puissance thermique perdue par la bouteille est positive $\mathcal{P}_{\text{th}} > 0$. Cela est cohérent avec le fait que le transfert thermique s'effectue alors de la bouteille vers l'extérieur.

7) Comme $\theta(t)$ varie, le premier principe de la thermodynamique s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathrm{d}U &= \delta Q \\ C\mathrm{d}\theta &= -\mathcal{P}_{\text{th}}\mathrm{d}t \\ C\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} &= -kS\left(\theta - \theta_{\text{ext}}\right) \end{aligned}$$

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}(t) + \frac{\theta(t)}{\tau} = \frac{\theta_{\text{ext}}}{\tau}} \qquad \text{en posant} \qquad \boxed{\tau = \frac{C}{kS}}$$

8) La solution est donc de la forme :

$$\theta(t) = \theta_h(t) + \theta_p$$

avec $\theta_h(t)$ la solution de l'équation homogène et θ_p la solution particulière (constante).

- Solution de l'équation homogène

  $\theta_h(t)$ est solution de l'équation sans second membre suivante :

$$\frac{\mathrm{d}\theta_h}{\mathrm{d}t}(t) + \frac{\theta_h(t)}{\tau} = 0 \qquad \text{donc} \qquad \theta_h = A\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

  où A est une constante d'intégration et τ la constante de temps.

- Solution particulière

  θ_p est **constante** car le second membre de l'équation est constant. En l'injectant dans l'équation différentielle, il vient :

$$\underbrace{\frac{\mathrm{d}\theta_p}{\mathrm{d}t}}_{=0} + \frac{\theta_p}{\tau} = \frac{\theta_{\text{ext}}}{\tau} \qquad \text{d'où} \qquad \theta_p = \theta_{\text{ext}}$$

  kS correspond à la puissance perdue.

L'équation a donc pour solution :

$$\theta(t) = A\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \theta_{\text{ext}}$$

- Expression de la constante d'intégration
  Pour déterminer la valeur de A, il faut utiliser la condition initiale.
  À $t = 0$, $\theta(t = 0) = \theta_0 = 60\ °\text{C}$ d'où :

$$\underbrace{\theta(t = 0)}_{=\theta_0} = A + \theta_{\text{ext}} \qquad \text{donc} \qquad A = \theta_0 - \theta_{\text{ext}}$$

- Solution de l'équation

$$\boxed{\theta(t) = (\theta_0 - \theta_{\text{ext}})\,\mathrm{e}^{-t/\tau} + \theta_{\text{ext}}}$$

9) Pour $t_1 = 10$ min, $\Delta\theta = \theta(t_1) - \theta_0 = -1\ °\text{C}$. Grâce à la solution de l'équation différentielle :

$$\theta(t_1) = \theta_1 = (\theta_0 - \theta_{\text{ext}})\,\mathrm{e}^{-t_1/\tau} + \theta_{\text{ext}}$$

$$\frac{\theta_1 - \theta_{\text{ext}}}{\theta_0 - \theta_{\text{ext}}} = \mathrm{e}^{-t_1/\tau}$$

$$\ln\left(\frac{\theta_1 - \theta_{\text{ext}}}{\theta_0 - \theta_{\text{ext}}}\right) = -\frac{t_1}{\tau}$$

$$\tau = \frac{t_1}{\ln\left(\frac{\theta_0 - \theta_{\text{ext}}}{\theta_1 - \theta_{\text{ext}}}\right)}$$

$$\boxed{\tau = \frac{t_1}{\ln\left(\frac{\theta_0 - \theta_{\text{ext}}}{\theta_0 + \Delta\theta - \theta_{\text{ext}}}\right)}}$$

Application numérique : $\tau = \dfrac{10}{\ln\left(\frac{60-20}{-1+60-20}\right)} = 395\ \text{min} = 6{,}5\ \text{h}$

L'ordre de grandeur paraît cohérent pour une bouteille isotherme.

Exercices d'approfondissement

Exercice 10 *Question ouverte*

• *Analyse rapide du graphique :*

La première phase est l'**échauffement sans changement d'état**, reconnaissable par une **élévation de la température** pour une masse m constante.
La deuxième phase correspond au **changement d'état**, reconnaissable par une **diminution de la masse** d'eau pour une température constante (corps pur).

• *Détermination des grandeurs thermodynamiques :*

L'application du premier principe donne :

$$\mathrm{d}H = mc_{\text{eau}}\mathrm{d}T = \delta Q + \cancel{\delta W}$$

Or, $\delta Q = \mathcal{P}\mathrm{d}t$ et $\delta W = 0$ car l'eau est une phase condensée indilatable, donc

$$mc_{\text{eau}}\mathrm{d}T = \mathcal{P}\mathrm{d}t$$

soit

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}c_{\text{eau}} = \frac{\mathcal{P}}{m}$$

donc

$$\boxed{c_{\text{eau}} = \frac{\mathcal{P}}{m\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}}}$$

Les grandeurs m et $\mathrm{d}T/\mathrm{d}t$ sont déterminées par lecture graphique dans la première phase, d'où :

$$c_{\text{eau}} \approx 4{,}78\ \mathrm{J\cdot K^{-1}\cdot g^{-1}}$$

Dans la phase 2, le changement d'état est étudié. En repartant de $\mathrm{d}H = \mathcal{P}\mathrm{d}t$ avec $\mathrm{d}H = -\mathrm{d}mL_{\text{vap}}$. Il vient :

$$\mathcal{P} = -\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}L_{\text{vap}} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{L_{\text{vap}} = -\frac{\mathcal{P}}{\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}}}$$

avec $\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$, la pente de la courbe lors de la deuxième phase.
La pente $\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$ se détermine par lecture graphique :

$$L_{\text{vap}} \approx 2{,}3\cdot 10^{3}\ \mathrm{J\cdot g^{-1}}$$

Exercice 11 *Bilan thermique d'un glacier*

1) Les transferts thermiques par **rayonnement** ne nécessitent **aucun support matériel**, contrairement aux transferts par **conduction** ou **convection**. Les transferts **convectifs** sont associés à des **mouvements** macroscopiques de fluides : le support matériel est mobile. Dans le cas de la **conduction**, le support matériel est fixe et l'énergie thermique se propage via l'**agitation thermique** au niveau moléculaire.

2) D'après la loi de WIEN :

$$\lambda_{\max} = \frac{\alpha}{T\ (\text{en K})}$$

- Pour $T = 5778\ \text{K}$:

$$\lambda_{\max} = \frac{2{,}898 \times 10^{-3}}{5778} = 501\ \text{nm},$$

soit environ 0,5 µm. Cela correspond bien aux **ondes courtes** (*SW*) mentionnées dans l'énoncé.

- Pour $T = 300\ \text{K}$:

$$\lambda_{\max} = \frac{2{,}898 \times 10^{-3}}{300} = 9{,}7\ \mu\text{m},$$

soit environ 10 µm. Cela se situe dans le domaine des **ondes longues** (*LW*).

3) D'après la loi de STEFAN :

$$LW_{\text{out}} = \sigma T^4$$

Pour $T = -2{,}6\ ^\circ\text{C} = 270{,}55\ \text{K}$:

$$\text{LW}_{\text{out}} \approx 304\ \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$$

4) L'expression du bilan radiatif est donnée par :

$$\boxed{R = SW_{\text{in}} + SW_{\text{out}} + LW_{\text{in}} + LW_{\text{out}}}$$

avec les conventions usuelles pour les transferts radiatifs entrants (*in*) et sortants (*out*).

5) La loi de NEWTON pour les transferts conducto-convectifs s'écrit :

$$P = h(T_{\text{fluide}} - T_{\text{surf}})$$

où h est le coefficient d'échange thermique.
Dans le cas proposé, cela donne :

$$P = h(T_n - T_{\text{surf}})$$

avec T_n la température du fluide. Si $T_n > T_{\text{surf}}$, alors $P > 0$, ce qui correspond à un transfert thermique dirigé vers le glacier.

Machines thermiques 3

Énoncés des exercices

Données pour l'ensemble des exercices :

- Conversion des unités de température : $T(\text{K}) = \theta(^\circ\text{C}) + 273$
- Constante des gaz parfaits : $R = 8{,}314\ \text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
- Lois de LAPLACE pour une transformation adiabatique et réversible :

$$pV^\gamma = \text{cste} \qquad TV^{\gamma-1} = \text{cste} \qquad T^\gamma V^{1-\gamma} = \text{cste}$$

Exercices d'application du cours

Exercice 1 *Rendement du moteur*

1) Représenter un schéma de principe des échanges thermiques et travaux dans le cas d'un moteur.
2) Définir le rendement et l'exprimer dans le cas du moteur en fonction des termes d'échanges adéquats.
3) En utilisant l'inégalité de CLAUSIUS, exprimer la valeur maximale pouvant être prise par le rendement du moteur.

Exercice 2 *Efficacité de la machine frigorifique*

1) Représenter un schéma de principe des échanges thermiques et travaux dans le cas d'une machine frigorifique.
2) Définir l'efficacité d'une machine thermique et l'exprimer dans le cas de la machine frigorifique en fonction des termes d'échanges adéquats.
3) En utilisant l'inégalité de CLAUSIUS, exprimer la valeur maximale pouvant être prise par l'efficacité de la machine frigorifique.

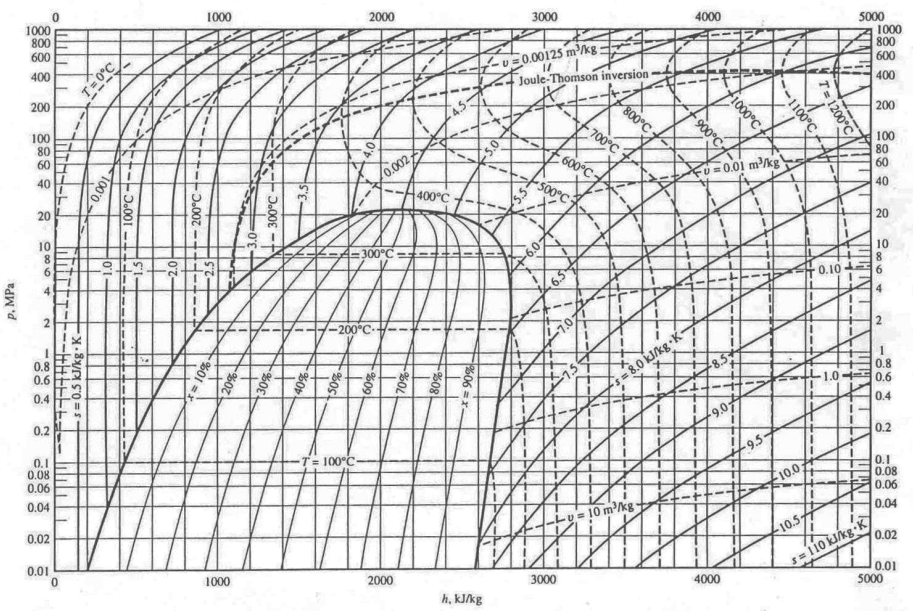
Exercice 3 *Efficacité de la pompe à chaleur*

1) Représenter un schéma de principe des échanges thermiques et travaux dans le cas d'une pompe à chaleur.
2) Définir l'efficacité d'une machine thermique et l'exprimer dans le cas de la pompe à chaleur en fonction des termes d'échanges adéquats.
3) En utilisant l'inégalité de CLAUSIUS, exprimer la valeur maximale pouvant être prise par l'efficacité de la pompe à chaleur.

Exercice 4 *Diagramme (p,h) de l'eau*

Dans un échangeur isobare à 10 bars et monotherme (source extérieure de température constante) à 600 °C, la vapeur d'eau est chauffée de 400 °C à 600 °C. Toute variation d'énergie mécanique et potentielle du fluide est négligée et l'échangeur ne possède aucune partie mobile.

1) Rappeler l'expression du premier principe pour une machine en écoulement permanent.
2) Identifier les courbes représentées sur le diagramme.
3) Placer les points extrêmes de la transformation sur le diagramme.
4) Déterminer graphiquement la variation d'enthalpie massique ainsi que le transfert thermique massique reçu par le gaz.



Exercices d'entraînement

Exercice 5 *Cycle de Carnot*

Un système de n moles de gaz parfait (de coefficient $\gamma > 1$) décrit le cycle quasi-statique ABCDA dit « cycle de Carnot », composé de la suite de transformations suivante :

- AB : détente isotherme à T_1 ;
- BC : détente adiabatique ;
- CD : compression isotherme à $T_2 < T_1$;
- DA : compression adiabatique.

1) Représenter ce cycle dans un diagramme de Clapeyron. Pour cela, donner également l'allure de la courbe $p = f(V)$ pour une transformation isotherme ou adiabatique.

2) Exprimer les transferts thermiques Q_1 et Q_2 lors des transformations à T_1 et T_2 et des pressions aux sommets du cycle.

3) En déduire l'identité de Clausius :

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

4) Exprimer le travail total W échangé au cours du cycle par le gaz parfait avec l'extérieur en fonction de Q_1, T_1 et T_2 et vérifier que ce cycle est bien un cycle « moteur ».

5) Exprimer le rendement du cycle en fonction de T_1 et T_2.

Exercice 6 *Moteur irréversible*

Un moteur ditherme fonctionne entre deux thermostats de températures $T_A = 400$ K et $T_B = 278$ K. Le fluide thermique ($\gamma = 1{,}4$) est constitué d'une quantité $n = 1{,}0$ mol de gaz parfait diatomique décrivant le cycle ci-dessous :

- détente adiabatique réversible AB
- compression isotherme réversible BC.
- chauffage isochore par contact avec la source chaude CA.

1) Représenter le cycle dans le diagramme (p,V).

2) Pour chaque évolution, exprimer le travail reçu par le gaz ainsi que le transfert thermique. En déduire le travail total.

3) Calculer le rendement de ce moteur thermique et le comparer au rendement d'un moteur réversible qui fonctionnerait entre ces deux sources.

Exercice 7 *Cycle de Lenoir*

Le cycle de Lenoir est un modèle idéalisé de cycle moteur à deux temps, introduit par Lenoir en 1860 pour décrire le fonctionnement du moteur à gaz qu'il avait mis au point l'année précédente. L'air présent dans la chambre de combustion du moteur est modélisé par un gaz parfait.
Après une phase d'admission d'air dans la chambre de combustion et le processus d'inflammation, l'air dans la chambre est caractérisé par $T_1 = 100\ °C$, $V_1 = 10\ L$ et $p_1 = 2 \cdot 10^5\ Pa$. À partir de cet état 1, l'air constitue un système fermé de quantité de matière n_0. Le cycle qu'il subit se compose des étapes suivantes :
- $1 \longrightarrow 2$: explosion isochore jusqu'à la pression p_2 ;
- $2 \longrightarrow 3$: détente isotherme jusqu'à un volume $V_3 = 2V_1$;
- $3 \longrightarrow 1$: compression isobare jusqu'à revenir au volume initial.

Les gaz brûlés sont ensuite évacués hors de la chambre de combustion et un nouveau cycle démarre.

1) Le but de cette question est de représenter le cycle dans le diagramme de Watt (p,V). Pour pouvoir définir les grandeurs d'état tout au long des transformations, les transformations sont supposées quasi-statiques.
   a) Déterminer l'équation d'une isotherme quasi-statique d'un gaz parfait dans le diagramme (p,V).
   b) En déduire la représentation du cycle.
2) Déterminer la température $T_2 = T_3$ à laquelle a lieu la détente. En déduire p_2, la pression maximale atteinte.
3) Calculer le travail total *fourni* par le moteur au cours du cycle.
4) Justifier, sans calcul, qu'entre le début et la fin du cycle $\Delta U = 0$. En déduire le transfert thermique reçu par le système. Indiquer la source de ce transfert.

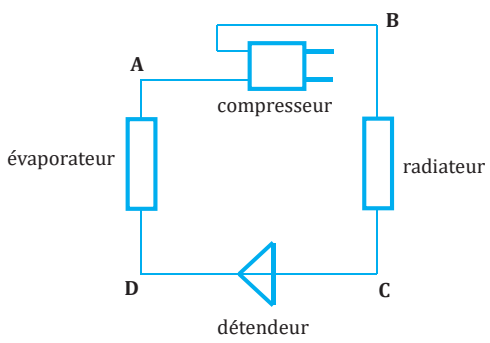
Exercices d'approfondissement

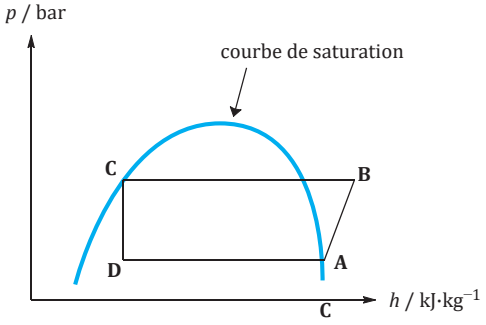
Exercice 8 *Pompe à chaleur*

Pour maintenir la température d'une maison constante, une pompe à chaleur qui est une thermopompe à compression utilisant l'ammoniac NH_3 ($\gamma = 1{,}33$) comme vapeur condensable (schéma ci-dessous), peut être utilisée. Le cycle de transformations subi par le fluide est représenté dans le diagramme de Mollier (pression p en bar, en ordonnées et h enthalpie massique en $kJ \cdot kg^{-1}$, en abscisses). Dans cette machine, le fluide pris à l'état gazeux (vapeur juste saturante à la pression p_A et à la température θ_A) est comprimé de manière adiabatique jusqu'à l'état B (p_B,θ_B). Il est ensuite refroidi puis entièrement liquéfié à pression constante (état C correspondant au liquide juste saturant, température θ_C) dans un radiateur au contact de l'air de l'habitation. Il traverse ensuite un détendeur où il subit une détente isenthalpique qui ramène sa pression de p_B à p_A. Il se trouve alors partiellement

liquéfié (état D). Il pénètre alors dans l'évaporateur (source froide) et se vaporise complétement à la pression p_A jusqu'au point A. L'évaporateur et le radiateur ne possèdent pas de parois mobiles. Le régime permanent est supposé atteint. Dans les différents organes de la machine, les variations d'énergie potentielle de pesanteur et d'énergie cinétique sont négligées.

état	pression p / bar	température θ / °C	enthalpie massique h / kJ · kg^{-1}
A	3,5	−5	1760
B	15	?	1980
C	15	38	660
D	3,5	?	?





1) Calculer la température θ_B au point B (en °C).
2) Reproduire le diagramme (p,h) et indiquer où se situe la courbe de rosée ainsi que la courbe d'ébullition. Préciser l'état physique du système dans les différents domaines. Indiquer la température θ_D au point D.
3) Exprimer le premier principe de la thermodynamique sous forme de bilan enthalpique pour les fluides en écoulement permanent (appelé encore premier principe pour les systèmes ouverts) en précisant la signification physique des différents termes. Appliquer ce principe dans le contexte étudié.
4) Déterminer les variations d'enthalpie du système au sein de chaque organe de la pompe à chaleur.
5) Sachant que le maintien de la température dans la maison impose une puissance de chauffage $\mathcal{P}_{\text{th}} = 10$ kW, déterminer le débit massique D_{m} d'ammoniac nécessaire.
6) Calculer sur un cycle, la puissance mécanique $\mathcal{P}_m = \frac{\delta W}{\mathrm{d}t}$ reçue par le fluide.
7) Expliquer à partir d'un schéma où la pompe à chaleur et les sources de chaleur chaude et froide sont représentées, les échanges d'énergie Q_C avec la source chaude et Q_F avec la source froide ainsi que W le travail échangé. Préciser le signe de ces différentes grandeurs.
8) Définir puis calculer l'efficacité e de la pompe à chaleur.
9) Rappeler l'inégalité de Clausius et montrer que l'efficacité de la pompe à chaleur est inférieure à une valeur maximale e_{max} à calculer.

D'après écrits G2E BCPST

Exercice 9 *Moteur de Stirling*

Le moteur Stirling a été développé au XIXe siècle et a rapidement été délaissé au profit des moteurs à combustion interne (à essence et diesel). Il pourrait cependant connaître un essor significatif dans le futur compte tenu, entre autres, des avantages qu'il présente en matière de protection de l'environnement.

Le fluide de travail est constitué de n moles de gaz supposé parfait et décrit le cycle constitué des 4 phases suivantes :

- compression 1-2 isotherme à la température $T_1 = 300$ K ;
- échauffement 2-3 isochore jusqu'à l'état 3 de température $T_3 = 600$ K ;
- détente 3-4 isotherme réversible à la température T_3 ;
- refroidissement 4-1 isochore jusqu'à l'état 1.

Il n'y a aucun travail autre que celui des forces de pression. Pour rappel : $C_V = \frac{nR}{\gamma - 1}$

1) Représenter l'allure du cycle dans le diagramme (p,V). Justifier sans calcul qu'il s'agit d'un cycle moteur.
2) Exprimer le travail reçu par le fluide au cours de la compression $W_{1\to2}$ en fonction de n, R, T_1 et du rapport de compression $\rho = V_1/V_2$. En déduire le transfert thermique $Q_{1\to2}$ reçu par le fluide au cours de cette compression en fonction de n, R, T_1 et ρ et préciser les signes de $W_{1\to2}$ et $Q_{1\to2}$.
3) Exprimer le transfert thermique $Q_{2\to3}$ reçu par le fluide au cours de l'échauffement en fonction de n, R, T_1, T_3 et γ. Préciser son signe.
4) Exprimer le travail reçu par le fluide au cours de la détente, noté $W_{3\to4}$, en fonction de n, R, T_3 et ρ. En déduire le transfert thermique $Q_{3\to4}$, en fonction de n, R, T_3 et ρ. Préciser les signes de $W_{3\to4}$ et $Q_{3\to4}$.
5) Exprimer le transfert thermique $Q_{4\to1}$ reçu par le fluide au cours du refroidissement en fonction de n, R, T_1, T_3 et γ. Préciser son signe.
6) Le générateur étant idéal, $Q_{2\to3} + Q_{4\to1} = 0$. Indiquer alors, sur le plan énergétique, la grandeur coûteuse de ce système sur un cycle.

   La grandeur énergétique utile étant le travail fourni par le fluide sur le cycle, en déduire l'expression du rendement η en fonction de T_1 et T_3 puis calculer sa valeur numérique.

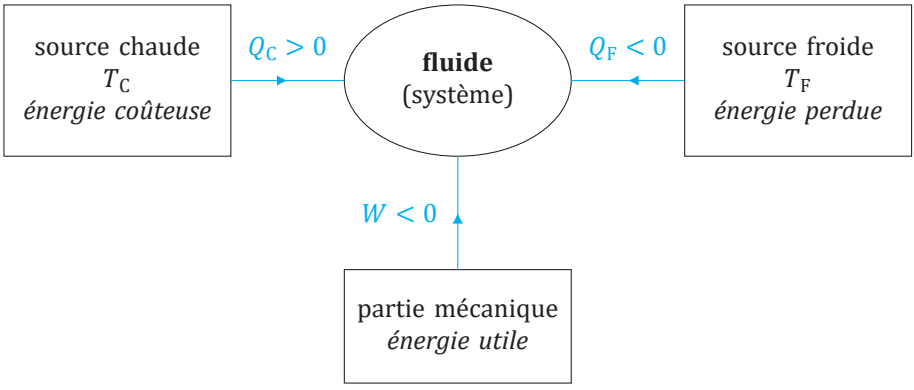
D'après écrits CCINP TSI

Corrections

Exercices d'application du cours

Exercice 1 *Rendement du moteur*

1) Un **moteur** est une machine thermique fournissant du travail au milieu extérieur.



2) Le rendement est défini par :

$$\eta = \left| \frac{\text{énergie utile}}{\text{énergie coûteuse}} \right|$$

Dans le cas du moteur :

$$\eta = \left| \frac{W}{Q_C} \right| \qquad \text{puisque } W < 0\text{, il vient :} \qquad \boxed{\eta = -\frac{W}{Q_C}}$$

3) Le premier principe de la thermodynamique s'écrit :

$$\begin{aligned} \Delta U &= W + Q \\ 0 &= W + Q \quad \leftarrow U_f = U_i \text{ (cycle)} \\ 0 &= W + Q_F + Q_C \quad \leftarrow \text{deux sources de transferts} \end{aligned}$$

Le rendement s'écrit alors :

$$\eta = \frac{Q_C + Q_F}{Q_C} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C}$$

L'inégalité de Clausius s'écrit comme :

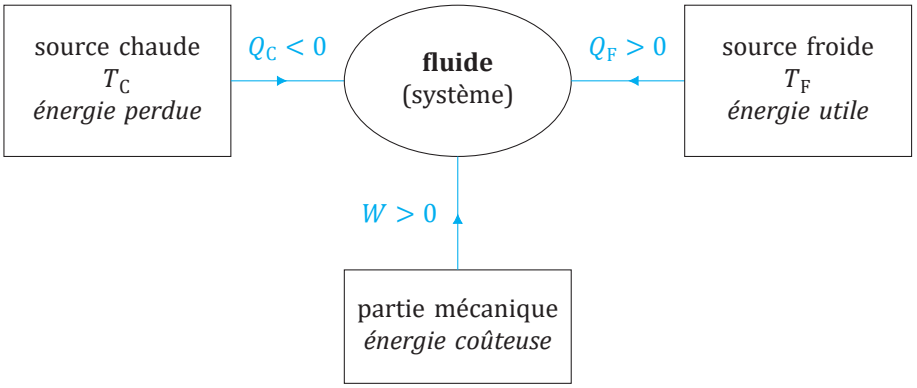
$$\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} \leq 0 \qquad \text{soit} \qquad \frac{T_F}{T_C} \leq -\frac{Q_F}{Q_C} \qquad \text{ou encore} \qquad 1 - \frac{T_F}{T_C} \geq 1 + \frac{Q_F}{Q_C}$$

Ainsi, le rendement vérifie l'inégalité :

$$\eta \leq \underbrace{1 - \frac{T_F}{T_C}}_{\eta_{max}}$$

Exercice 2 *Efficacité de la machine frigorifique*

1) La machine frigorifique est un récepteur : elle reçoit du travail de la part de l'extérieur.



2) L'efficacité d'une machine thermique de type récepteur est définie par :

$$e = \left| \frac{\text{énergie utile}}{\text{énergie coûteuse}} \right|$$

Dans le cas de la machine frigorifique :

$$e = \left| \frac{Q_F}{W} \right| \qquad \text{puisque } Q_F > 0 \text{ et } W > 0, \text{ il vient :} \qquad \boxed{e = \frac{Q_F}{W}}$$

3) Le premier principe de la thermodynamique s'écrit :

$$\begin{aligned} \Delta U &= W + Q \\ 0 &= W + Q \quad \leftarrow U_f = U_i \text{ (cycle)} \\ 0 &= W + Q_F + Q_C \quad \leftarrow \text{deux sources de transferts} \end{aligned}$$

L'efficacité s'écrit alors :

$$e = -\frac{Q_F}{Q_C + Q_F} = -\frac{1}{1 + \frac{Q_C}{Q_F}}$$

L'inégalité de CLAUSIUS s'écrit comme :

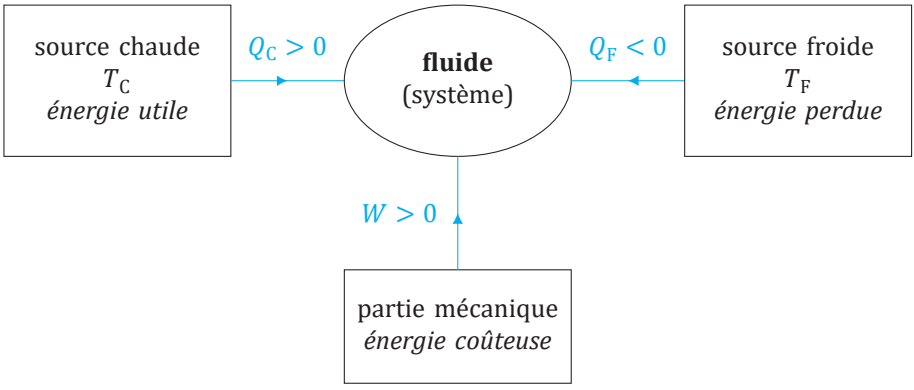
$$\frac{Q_C}{T_C}+\frac{Q_F}{T_F}\leq 0 \qquad \text{soit} \qquad \frac{T_F}{T_C}\leq -\frac{Q_F}{Q_C} \qquad \text{ou encore} \qquad -\frac{1}{1-\frac{T_C}{T_F}}\geq -\frac{1}{1+\frac{Q_C}{Q_F}}$$

Ainsi, l'efficacité vérifie l'inégalité :

$$e\leq \frac{1}{\frac{T_C}{T_F}-1} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{e\leq \underbrace{\frac{T_F}{T_C-T_F}}_{e_{max}}}$$

Exercice 3 *Efficacité de la pompe à chaleur*

1) La pompe à chaleur est un **récepteur** : elle **reçoit du travail** de la part de l'extérieur.



2) L'efficacité d'une machine thermique de type récepteur est définie par :

$$e=\left|\frac{\text{énergie utile}}{\text{énergie coûteuse}}\right|$$

Dans le cas de la pompe à chaleur :

$$e=\left|\frac{Q_C}{W}\right| \qquad \text{puisque } Q_C>0 \text{ et } W>0\text{, il vient :} \qquad \boxed{e=\frac{Q_C}{W}}$$

3) Le premier principe de la thermodynamique s'écrit :

$$\Delta U = W+Q$$
$$0 = W+Q \quad \leftarrow U_f = U_i \text{ (cycle)}$$
$$0 = W+Q_F+Q_C \quad \leftarrow \text{deux sources de transferts}$$

CORRECTIONS

L'efficacité s'écrit alors :

$$e = -\frac{Q_C}{Q_C + Q_F} = -\frac{1}{1 + \frac{Q_F}{Q_C}}$$

L'inégalité de CLAUSIUS s'écrit comme :

$$\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} \leq 0 \qquad \text{soit} \qquad \frac{T_F}{T_C} \leq -\frac{Q_F}{Q_C} \qquad \text{ou encore} \qquad -\frac{1}{1 - \frac{T_F}{T_C}} \geq -\frac{1}{1 + \frac{Q_F}{Q_C}}$$

Ainsi, l'efficacité vérifie l'inégalité :

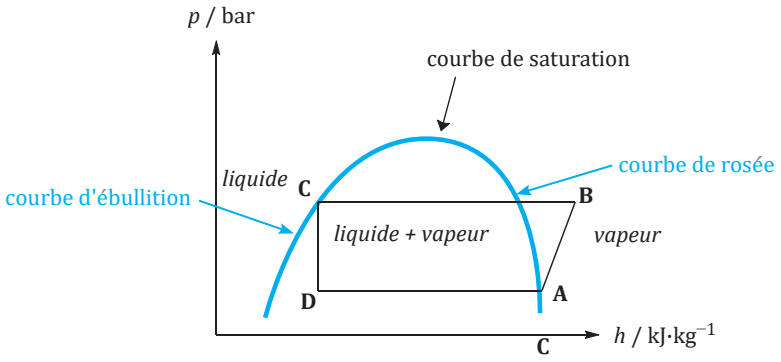
$$e \leq \frac{1}{\frac{T_F}{T_C} - 1} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{e \leq \underbrace{\frac{T_C}{T_C - T_F}}_{e_{max}}}$$

Exercice 4 *Diagramme (p,h) de l'eau*

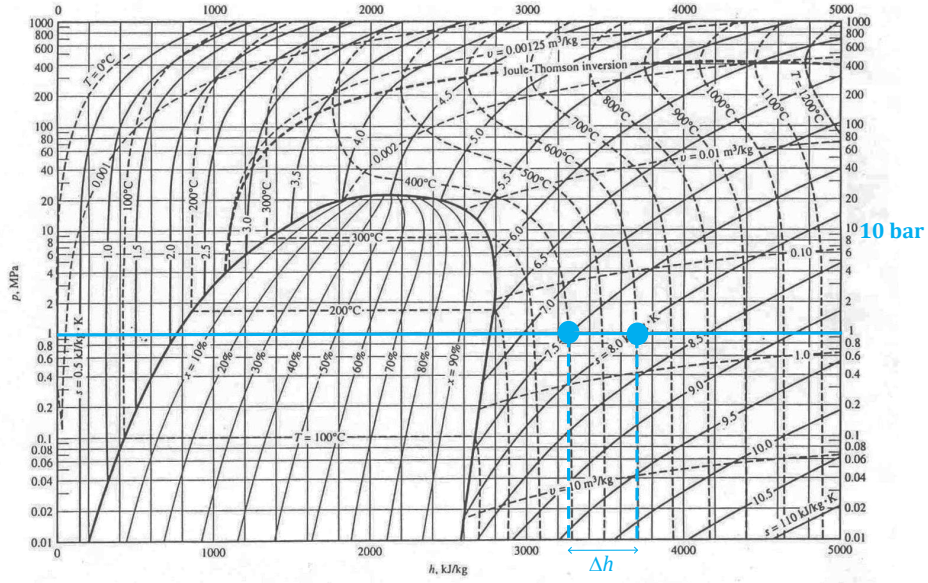
1) L'expression du premier principe pour une machine en écoulement permanent s'écrit de la façon suivante :

$$\boxed{\Delta_{12}\left(h + e_c + e_p\right) = w_i + q}$$

2) En schématisant le diagramme :



3) La pression est de 10 bar donc de 1 MPa. La transformation se traduit sur le diagramme par :



4) Par lecture graphique :

$$\Delta h \approx 3700 - 3250 \approx 450 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Par application du premier principe en l'absence de travaux utiles et en négligeant toute autre variation d'énergie que l'enthalpie :

$$\Delta h = q \qquad \text{donc} \qquad q = 450 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Exercices d'entraînement

Exercice 5 *Cycle de Carnot*

1) *AB : détente isotherme à* T_1

L'équation d'état du gaz parfait donne :

$$p = \frac{nRT_1}{V} = \frac{\text{constante}}{V}$$

La portion AB du cycle est une **hyperbole**.

CORRECTIONS

BC : détente adiabatique

La loi de LAPLACE pour une transformation adiabatique et quasi-statique donne :

$$pV^\gamma = \text{constante} \qquad \text{donc} \qquad p = \frac{\text{constante}}{V^\gamma}$$

Puisque, d'après l'énoncé, $\gamma > 1$, l'adiabatique décroît plus rapidement que l'isotherme. La portion BC du cycle est une **hyperbole** de plus forte décroissance que AB.

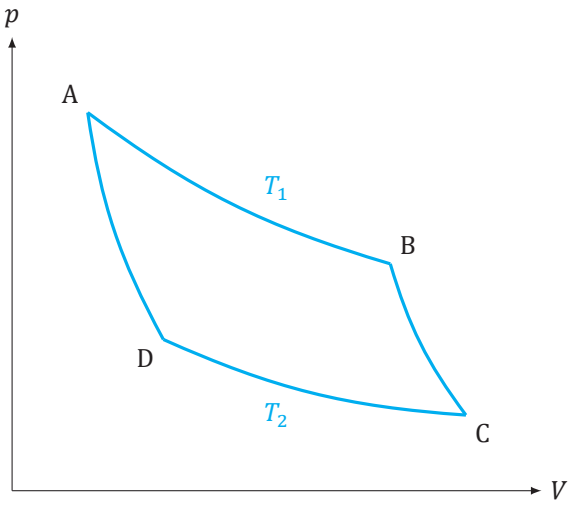
CD : compression isotherme à $T_2 < T_1$

À volume fixé, la pression est proportionnelle à la température d'après l'équation d'état du gaz parfait. Puisque $T_1 > T_2$, cela signifie qu'il s'agit d'une hyperbole semblable à la portion AB mais inférieure dans le diagramme.

DA : compression adiabatique

Le raisonnement est analogue à la portion BC pour que les points D et A se rejoignent.

Allure de la courbe



2) Les transformations à T_1 et T_2 sont des isothermes, elles vérifient donc $\Delta T = 0$. L'application du premier principe de la thermodynamique donne :

$$\begin{aligned} \Delta U &= W + Q \\ C_V \Delta T &= W + Q \\ 0 &= W + Q \\ Q &= -W \end{aligned}$$

(première loi de JOULE ; isothermes)